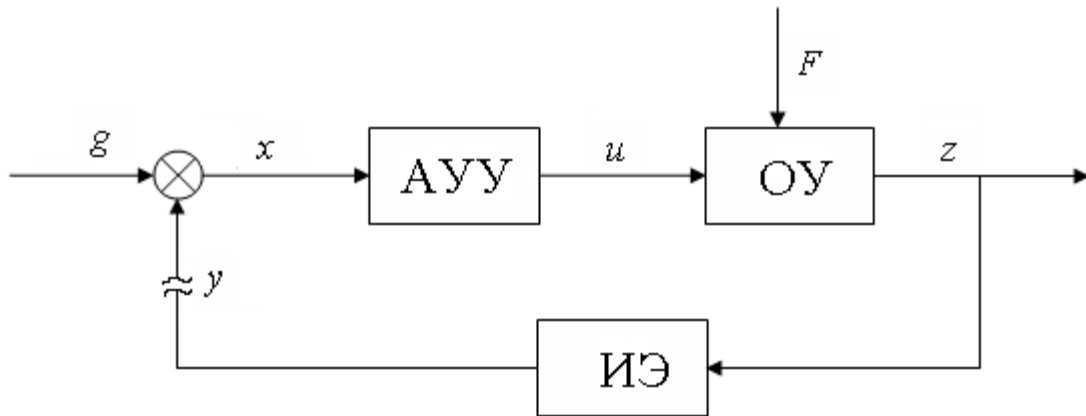


В. А. Втюрин
И. В. Пашковский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие
по выполнению курсового проекта
для всех специальностей и бакалавров



РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ



Санкт-Петербург
2009

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ЛЕСОТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ имени С. М. Кирова»

В. А. Втюрин, кандидат технических наук, профессор
И. В. Пашковский, кандидат технических наук, доцент
Магистранты V1 курса: В. В. Илющенко,
Н. Г. Краснюк, Е. С. Пендриков, В. С. Тарасенко
Магистранты V курса: Д. Н. Копылов, А. Е. Новиков

**РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

**Учебное пособие
по выполнению курсового проекта
для всех специальностей и бакалавров**

**Санкт-Петербург
2009**

Рассмотрено и рекомендовано к изданию учебно-методической комиссией
факультета химической технологии и биотехнологии
Санкт-Петербургской государственной лесотехнической академии
27 октября 2009 г.

Рецензенты:

кандидат технических наук, проф. **В. П. Мартынов** (СПбГУИТМО),

кандидат технических наук, доцент **О. И. Шеховцов** (СПбГЭТУ)

**РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ:**

Методические указания по выполнению курсового проекта для всех специальностей и бакалавров/ В. А. Втюрин, И. В. Пашковский [и др.]. СПб.: СПбГЛТА, 2009.

Представлено кафедрой автоматизации производственных процессов

ВВЕДЕНИЕ

Курсовой проект (КП) включает в себя вопросы, касающиеся практического применения методов теории автоматического управления. В данном учебном пособии приведено 10 схем систем автоматического регулирования (САР), в каждой из которых имеется два контура А и Б. При выполнении проекта выбирается один контур исходя из начальной буквы фамилии студента и последней цифры зачетной книжки. Для каждого контура на рисунке 1.1 указано требуемое время регулирования в линейной системе, вид и численные значения передаточных функций. При согласовании с преподавателем, возможен индивидуальный выбор САР. Все приведенные на рис 1.1. САР изначально не удовлетворяют условию устойчивости и требуют коррекции.

Выполнение курсового проекта проводится в два обязательных этапа:

1. Исследование и коррекция линейной САР.
2. Учет нелинейной статической характеристики одного из элементов системы и исследование нелинейной САР.

В курсовом проекте особое внимание уделено записи САР в виде уравнений состояния, применению пакетов Matlab и Simulink для получения фундаментальной матрицы, построению частотных характеристик и переходных процессов. При выполнении работы студент должен показать знание расчета основных показателей «вручную» и с использованием указанных пакетов. При исследовании звена второго порядка следует проверять его на колебательность. При построении логарифмической частотной характеристики «вручную» характеристики студент должен использовать полулогарифмическую миллиметровую бумагу или использовать специальную программу печати типа half-log sheets.

Законченный проект представляется на проверку сшитым, в печатном виде, с предоставлением электронного варианта. Ориентировочный объем КП 20-30 страниц машинописного текста с графиками. Введение, выводы, нумерация и список литературы обязательны.

Третья часть является факультативной и направлена на углубленное изучение теории автоматического управления и элементов теории принятия решений.

В четвертой части приведено краткое описание пакетов Matlab и Simulink.

Сокращения, приведенные на рис. 1.1.: ТГ – тахогенератор, ЭМУ – электромашинный усилитель, ДП – двигатель подачи, П – пила, ДР – двигатель резания, ВЭ – воспринимающий элемент, ЭУ – электронный усилитель, УВ – управляемый усилитель, МУ – магнитный усилитель, М – муфта, Дс – дроссель, Зол – золотник.

ЧАСТЬ 1

1. 1. ЗАДАНИЕ НА ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ САР

Структурные схемы исследуемых САР приведены на рис.1.1. В каждой схеме имеется два контура: контур А и контур Б. При выполнении проекта исследуется САР, образованная одним из контуров. Схему и контур назначает преподаватель. На схеме для каждого элемента САР приведены передаточные функции, указаны численные значения коэффициентов, а также задано требуемое время регулирования.

В первой части проекта выполняются следующие задачи.

1. Для заданной структурной схемы регулирования (заданного контура) составить передаточную функцию системы в разомкнутом состоянии, передаточную функцию замкнутого контура. А также передаточную функцию замкнутой системы по ошибке.

2. Построить логарифмические амплитудную и фазовую характеристики (ЛАХ и ЛФХ) исходной САР и по ним оценить запас устойчивости по модулю и фазе, а также, приближенно, время переходного процесса.

3. Построить желаемую ЛАХ так, чтобы САР обладала требуемыми запасами устойчивости, время переходного процесса не превышало заданного, а величина перерегулирования была не более 30%.

4. Составить передаточные функции скорректированной системы и корректирующего звена.

5. Составить уравнения состояния скорректированной САР в общей форме. Определить фундаментальную матрицу (матрицу перехода) на основе использования теоремы Кели-Гамильтона или с помощью преобразования Лапласа.

6. Построить переходный процесс в линейной скорректированной САР при единичном задающем воздействии.

7. Оценить точность САР в установившемся режиме.

8. Определить основные показатели качества скорректированной САР.

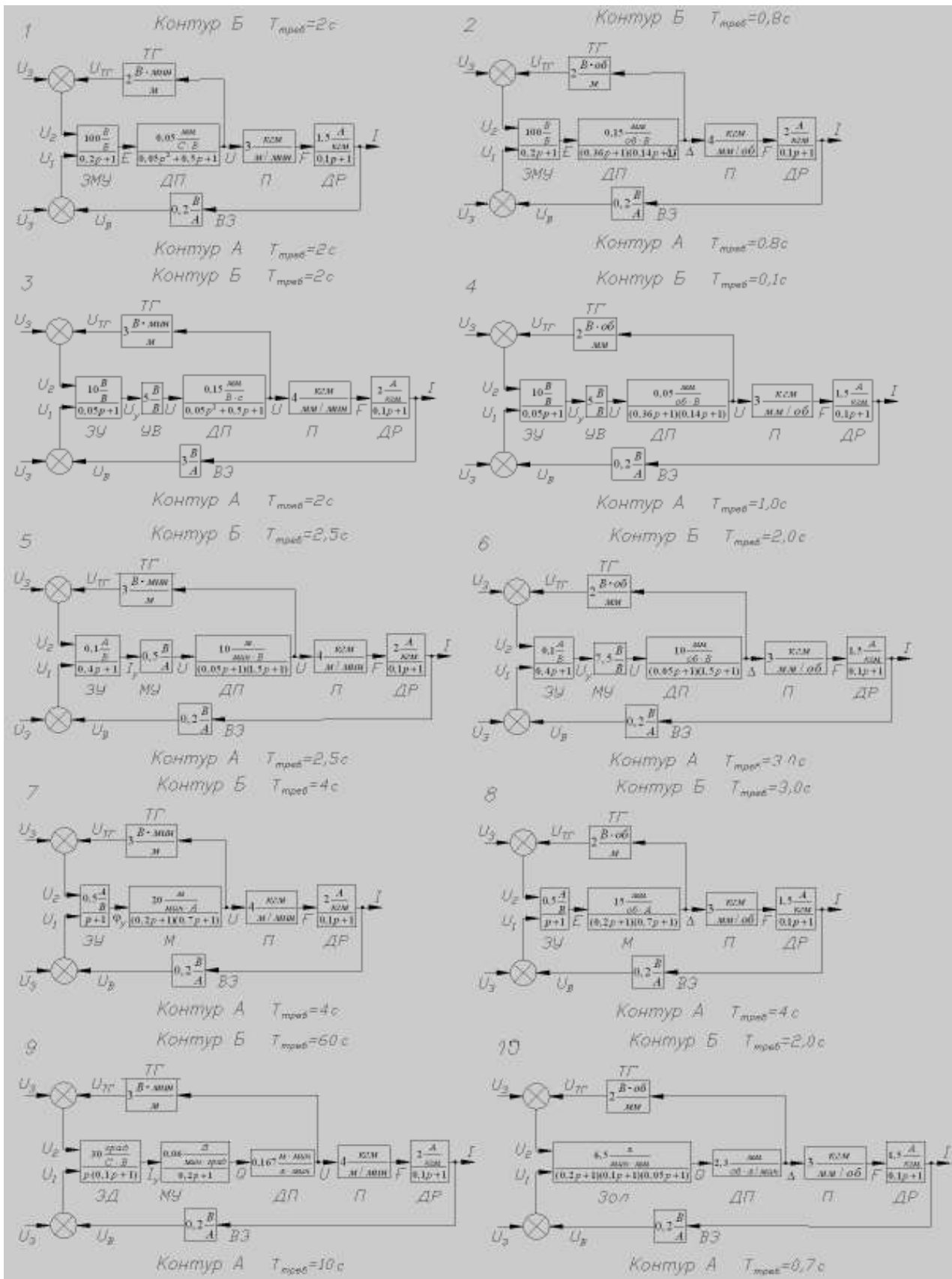


Рис. 0. 1. Структурные схемы исследуемых САР

1. 2. УКАЗАНИЯ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ

1. 2. 1. Составление передаточных функций САР

Каждая из заданных систем может быть представлена в виде обобщенной структурной схемы (рис. 1.1), на которой обозначено: ОУ — объект управления, АУУ — автоматическое управляющее устройство, ИЭ — воспринимающий элемент.

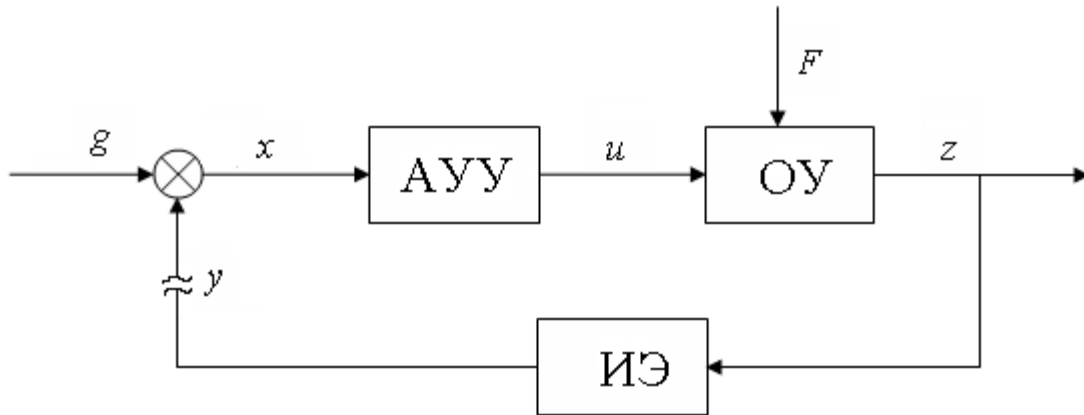


Рис. 1. 1. Обобщенная структурная схема замкнутого контура

Для составления передаточных функций системы уясним физический смысл символов этой схемы:

g — задающее воздействие в виде, удобном для сравнения;

z — регулируемый параметр системы;

y — выходной параметр САР в разомкнутом состоянии, является сигналом обратной связи и приведен к виду, удобному для сравнения, с g ;

x — отклонение (рассогласование, ошибка), равное $x = g - y$;

u — управляющее воздействие на объект;

F — возмущающее воздействие.

Передаточная функция разомкнутой системы $W(p)$ выражает отношение изображений сигналов $y(p)$ и $x(p)$ и находится как произведение всех передаточных функций последовательных звеньев $W_i(p)$, входящих в контур обратной связи:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \prod W_i(p)$$

Передаточная функция замкнутого контура регулирования устанавливает зависимость выходного параметра от задающего воздействия:

$$\hat{O}(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{W(p)}{1+W(p)}$$

При исследовании точности САР в установившихся режимах также необходимо располагать выражением передаточной функции замкнутой системы по ошибке для задающего воздействия:

$$\hat{O}_0(p) = \frac{x(p)}{g(p)} = \frac{1}{1+W(p)}$$

Необходимо получить выражения указанных передаточных функций для заданной структуры САР в известных выражениях передаточных функций звеньев.

1. 2. 2. Построение ЛАХ и ЛФХ исходной САР

В общем случае передаточная функция $W(p)$ имеет вид:

$$W(p) = K \frac{\prod_{i=1}^r (T_{\bar{a}i} + 1)}{p^m \prod_{j=1}^s (T_{\delta ij} p + 1) \prod_{n=1}^q (T_{Kn}^2 p^2 + 2\xi_n T_{Kn} p + 1)}$$

где r — число форсирующих (реальных дифференцирующих) звеньев;

m — число интегрирующих звеньев;

s — число инерционных звеньев;

q — число колебательных звеньев;

K — общий коэффициент передачи системы.

По найденной $W(p)$ строятся ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы. ЛАХ строится в полулогарифмическом масштабе. По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе, а по оси ординат — значения ЛАХ, обозначаемой $L(\omega)$, в линейном масштабе с единицей размерности децибел (дБ).

В инженерной практике строят асимптотические ЛАХ, состоящие из прямолинейных отрезков с типовыми наклонами. ..+20, 0, -20, -40... дБ/декаду (декада — это участок оси абсцисс, соответствующий изменению ω в 10 раз).

Строить линию с заданным наклоном, например, — 20 дБ/дек, удобно по двум точкам — начальной с координатами $(\omega_i, L(\omega_i))$ и дополнительной — с координатами $(\omega_i + \hat{\omega}, L(\omega_i) - 20 \text{ дБ})$. Другим способом является предварительная разметка линий с типовыми наклонами на первой декаде и затем их параллельный перенос с помощью, например, роликовой рейсшины.

Можно рекомендовать следующий порядок построения ЛАХ:

1. Определяются сопрягающие частоты (частоты излома ЛАХ):

$$\omega_i = \frac{1}{T_i}$$

2. Размечается ось абсцисс на декады, например, со следующей сеткой частоты ω — 10^{-1} , 10^0 , 10^1 , 10^2 1/с. Обычно бывает достаточно иметь 3 – 4 декады. Выбираются те декады, в зону которых попадают все частоты излома и при этом расстояние от минимальной частоты излома до левого края графика приблизительно равно длине декады.

3. Проводится низкочастотная асимптота ЛАХ. Эта асимптота или ее продолжение должны иметь ординату $20 \lg K$ при $\omega = 1$. Наклон низкочастотной асимптоты составляет $(-20m)$ дБ/дек, т. е. для астатических систем первого порядка наклон составит -20 дБ/дек, а для статических наклон равен нулю.

4. Начиная от низкочастотной асимптоты, продолжают ЛАХ в области высоких частот. При этом ЛАХ претерпевает изменения наклона на (-20) дБ/дек на частотах излома, соответствующих инерционным звеньям, на величину (-40) дБ/дек – колебательным, и на $(+20)$ дБ/дек – реальным дифференцирующим звеньям.

5. При наличии колебательного звена проверяется условие $\xi < 0.4$. Если оно не выполняется, то в области соответствующей частоты излома вид ЛАХ надо уточнить. Проще всего это сделать, используя поправочные кривые, приведенные в ряде учебников по изучаемому курсу.

6. Высокочастотная асимптота, получаемая в результате построения, должна иметь наклон $-20 * (m + s + q - r)$ дБ/дек.

7. Строится ЛФХ по точкам $\varphi_{\Sigma}(\omega)$ в диапазоне от минимальной частоты графика до частоты, при которой фазовый сдвиг превышает 180° , а ЛАХ выходит в высокочастотную часть за предел (-15) дБ. Значения $\varphi_{\Sigma}(\omega)$ находятся как сумма углов каждого из звеньев системы.

Значения углов φ

- для инерционных звеньев можно найти по уравнению:

$$\varphi = -\arctg \omega T_{Ei}$$

- для реальных дифференцирующих звеньев по уравнению

$$\varphi = \arctg \omega T_A,$$

- для колебательных звеньев по уравнению

$$\varphi = -\arctg \frac{2\xi\omega T_k}{1 - \omega^2 T_k^2}$$

Каждое идеальное интегрирующее звено системы дает постоянный фазовый сдвиг $\varphi = -90^\circ$ на всех частотах.

Таким образом, общая фазочастотная характеристика системы будет иметь вид

$$\varphi_{\Sigma}(\omega) = -m \cdot 90^{\circ} - \sum_{j=1}^s \operatorname{arctg}(\omega T_{\epsilon i j}) + \sum_{i=1}^r \operatorname{arctg}(\omega T_{A i}) - \sum_{n=1}^q \operatorname{arctg} \frac{2\xi \omega T_{K n}}{1 - \omega^2 T_{K n}^2}$$

Данные, получаемые при расчете фазочастотных характеристик, заносятся в табл. 1.1.

Таблица 1.1

ω	1-е звено		2-е звено		3-е звено		φ_{Σ}
	ωT_1	$-\varphi_1$	ωT_2	$-\varphi_2$	ωT_3	$-\varphi_3$	

1. 2. 3. Предварительная оценка качества регулирования

По ЛАХ и ЛФХ делается вывод об устойчивости САР в замкнутом состоянии. Система устойчива, если при $\varphi_{\Sigma}(\omega) = -180^{\circ}$ значение $L(\omega) < 0$. Если система устойчива, то определяются запасы устойчивости по модулю ΔL и по фазе $\Delta \varphi$. Запас ΔL равен абсолютной величине $|L(\omega)|$ на частоте, при которой $\varphi(\omega) = -180^{\circ}$. Запас $\Delta \varphi$ определяется по формуле $\Delta \varphi = 180 - |\varphi(\omega_n)|$, где ω_n — частота среза, т. е. частота, при которой ЛАХ пересекает ось абсцисс.

Для устойчивой системы можно приближенно определить время регулирования по условию

$$\frac{\pi}{\omega_n} < t_{\delta} < \frac{5\pi}{\omega_n}$$

1. 2. 4. Корректирование переходного процесса

При разработке САР обычно не удается выполнить систему так, чтобы она, будучи составлена только из основных звеньев, работала устойчиво и удовлетворяла заданным при проектировании показателям качества. В большинстве случаев в систему приходится вводить корректирующие устройства.

Один из эффективных способов выбора корректирующих устройств заключается в том, что, исходя из требуемых показателей качества системы, намечается желаемая форма ЛАХ, по которой затем находится передаточная функция корректирующего устройства.

В настоящей работе заданными показателями качества являются максимально допустимые значения перерегулирования σ_{\max} и времени переходного процесса (регулирования) $T_{\text{ОД}}$.

Вначале, исходя из данных σ_{\max} и $T_{\text{ОД}}$, определяют по табл. 1.2 частоту среза ω'_c желаемой ЛАХ и требующиеся запасы устойчивости по модулю ΔL и фазе $\Delta \varphi$.

Таблица 1.2

σ_{\max}	20%	25 %	30%	40%
ω'_c	$7.8/T_{TP}$	$10/T_{TP}$	$11,5/T_{TP}$	$16.3/T_{TP}$
ΔL , дБ	25	20	16	14
$\Delta\varphi$	67^0	57^0	45^0	38^0

Желаемая ЛАХ ($L_{ж}$) должна пересекать ось абсцисс при частоте ω'_c . Построение $L_{ж}$ проводят на том же чертеже, на котором построена ЛАХ исходной системы L .

Если окажется, что частота среза исходной ЛАХ меньше частоты среза желаемой ЛАХ, то необходимо поднять исходную ЛАХ (т. е. увеличить в системе коэффициент усиления) так, чтобы ее частота среза стала больше частоты среза желаемой ЛАХ (будет получена L'). Если частота среза исходной ЛАХ выше полученной ω'_c для желаемой ЛАХ, то увеличивать коэффициент усиления нет необходимости.

На желаемой ЛАХ можно выделить следующие характерные зоны:

1. Начальный низкочастотный участок, определяющий установившуюся (статическую) ошибку системы и слабо влияющий на характер переходного процесса.

2. Участок средних частот, наиболее важный с точки зрения качества переходного процесса. Этот участок содержит в себе частоту среза ω'_c . Он определяет основные показатели качества – запасы устойчивости, перерегулирование, время регулирования.

3. Высокочастотный участок, мало влияющий на характер переходного процесса.

Заметим, что задача синтеза САР по ЛАХ и ЛФХ не является однозначной, поскольку заданные требования к процессу регулирования можно удовлетворить разными путями (т. е. форма $L_{ж}$ может варьироваться в определенных пределах). Необходимо стремиться, чтобы задача была решена при наиболее простом виде передаточной функции корректирующего устройства.

При построении $L_{ж}$ следует руководствоваться следующими рекомендациями:

1. Низкочастотная асимптота $L_{ж}$ должна совпадать с низкочастотной асимптотой исходной характеристики L .

2. Высокочастотная асимптота $L_{ж}$ должна совпадать с высокочастотной асимптотой L .

3. При частоте среза ω'_c желаемая ЛАХ должна иметь наклон (-20) дБ/дек. Участок с таким наклоном в районе частоты среза должен простирается не менее чем на декаду, при этом ω'_c должна располагаться в средней трети этого участка (не следует рассматривать последнюю рекомендацию как догму).

4. Среднечастотную асимптоту $L_{ж}$ сопрягают с низкочастотной и высокочастотной асимптотами так, чтобы изменения наклона в точках излома не превышали ± 20 дБ/дек (в отдельных случаях допускаются изменения наклона на ± 40 дБ/дек). Желательно, чтобы изменения наклона $L_{ж}$ при частотах, больших частоты среза желаемой ЛАХ, происходили при тех же частотах, что и у исходной ЛАХ.

5. Для полученной $L_{ж}$ проверяем запасы устойчивости по модулю $\Delta L_{ж}$ и по фазе $\Delta \varphi_{\mathcal{E}}$. Для этого вначале найдем выражение для фазочастотной характеристики желаемой системы.

На $L_{ж}$ фиксируются частоты излома. Если наклон при некоторой частоте ω_i меняется на (-20) дБ/дек, то имеется инерционное звено с постоянной времени $T_i = 1/\omega_i$ и соответствующий фазовый сдвиг равен $(-\arctg \omega/\omega_i)$. Излом на $(+20)$ дБ/дек указывает на то, что в составе желаемой системы имеется форсирующее звено с фазовым сдвигом $(+\arctg \omega/\omega_i)$. Если же имеется излом на 40 дБ/дек, то такой случай интерпретируется как два инерционных или форсирующих (в зависимости от знака) звена с одинаковыми постоянными времени. В астатических системах необходимо помнить о постоянном фазовом сдвиге (-90°) , создаваемом интегрирующими звеньями. Выражение $\varphi_{\mathcal{E}}(\omega)$ находится как сумма фазовых сдвигов (с учетом знаков), создаваемых каждым из звеньев желаемой (скорректированной) системы

Для предварительной оценки запасов устойчивости весь график $\varphi_{\mathcal{E}}(\omega)$ можно не строить. Запас по фазе $\Delta \varphi_{\mathcal{E}}$ на частоте среза ω'_c вычисляется по формуле

$$\Delta \varphi_{\mathcal{E}} = 180^\circ - |\varphi_{\mathcal{E}}(\omega'_c)|$$

Для оценки запаса по модулю $\Delta L_{ж}$ найдем частоту, при которой $L_{ж}$ опускается ниже оси абсцисс на величину заданного по табл. 1.2 запаса ΔL . Обозначим эту частоту $\omega_{\Delta L}$. Вычисляем величину фазового сдвига на этой частоте $|\varphi_{\mathcal{E}}(\omega_{\Delta L})|$. Если окажется, что $|\varphi_{\mathcal{E}}(\omega_{\Delta L})| \leq 180^\circ$, то запас $\Delta L_{ж}$ будет обеспечен.

Если найденные запасы оказались меньше требуемых, необходимо изменить форму $L_{ж}$, расширить ее среднечастотный участок и повторить проверку запасов устойчивости.

6. Построить ЛАХ корректирующего звена $L_{к}$ путем графического вычитания $L_{к} = L_{ж} - L$. По полученной $L_{к}$ составить передаточную функцию корректирующего устройства $W_{к}(p)$.

7. По $L_{ж}$ составить передаточную функцию скорректированной системы $W_{ж}(p)$ в разомкнутом состоянии.

8. Построить фазовую характеристику скорректированной системы $\varphi_{ж}(\omega)$.

9. На графиках ЛАХ и ЛФХ скорректированной САР указать полученные запасы устойчивости.

1. 2. 5. Пример корректировки системы по ЛАХ и ЛФХ

Структурная схема приведена на рис. 1.2.

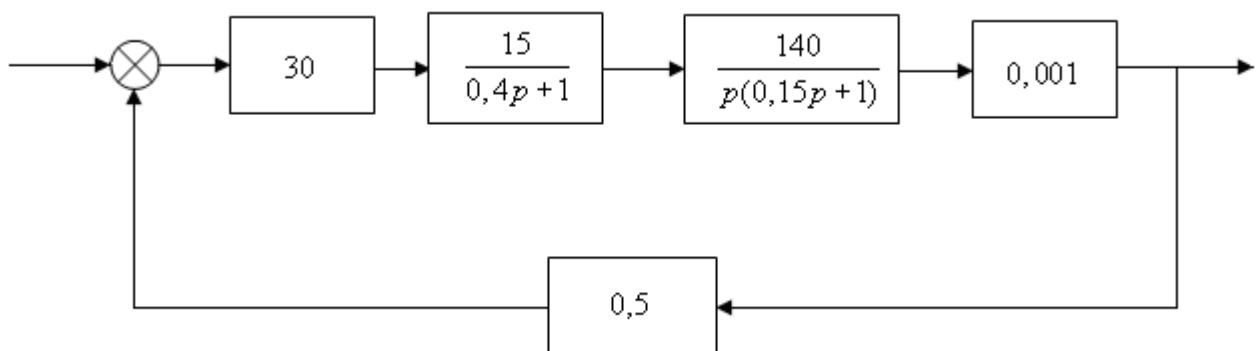


Рис. 1. 2. Структурная схема нескорректированной САР

1. Передаточная функция разомкнутой исходной системы имеет вид:

$$W(p) = \prod_{i=1}^5 W_i(p)$$

Подставляя конкретные значения выражений передаточных функций звеньев в соответствии с приведенной схемой, получим:

$$W(p) = \frac{35}{p(0,15p+1)(0,04p+1)}$$

2. Определим частоты сопряжения:

$$\omega_1 = \frac{1}{0,15} = 6,7 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{0,04} = 25 \text{ с}^{-1}$$

3. Определим ординату, которую будет иметь низкочастотная асимптота (или ее продолжение) при $\omega = 1$:

$$20 \lg K = 20 \lg 35 = 30,9 \text{ дБ}$$

4. На графике проводим через точку (1; 30,9) низкочастотную асимптоту с наклоном (-20) дБ/дек (т.к САР имеет одно интегрирующее звено).

5. Отмечаем частоты излома. От точки $\omega_1 = 6,7$ проводим асимптоту с наклоном (-40) дБ/дек, а затем при $\omega_2 = 25$ проводим высокочастотную асимптоту с наклоном (-60) дБ/дек.

6. Строим ЛФХ (построение ЛФХ описано в параграфе 1.2.2.) (см. рис. 1.3)

7. Оцениваем устойчивость по ЛАХ и ЛФХ. Так как при частоте, на которой $\varphi = -180^\circ$, значение $L > 0$, то делаем вывод, что система неустойчива. Естественно, что запасов ΔL и $\Delta \varphi$ в этом случае нет.

8. Приступим к коррекции. Из табл.2.2 Для данных $t_{D\max} = 2$ с и $\sigma = 30\%$ определяем $2\omega'_c = 5,7 \text{ \AA}$; $\Delta L_{\text{э}} = 16 \text{ \AA}$; $\Delta \varphi_{\text{э}} = 45^\circ$. Строим $L_{\text{жс}}$, проводя среднечастотную асимптоту с наклоном (-20) дБ/дек через $\omega_c = 5,7$ и выполняя рекомендации изложенные в параграфе 1.2.4. (см. рис. 1.4)

Строим ЛАХ корректирующего устройства, проведя вычитание $L_K = L_{\text{жс}} - L$.

Отмечаем на L_K частоты излома $\omega_1 = 0,18$; $\omega_2 = 1,2$; $\omega_3 = 6,7$; $\omega_4 = 46$. Соответствующие постоянные времени корректирующего устройства:

$$T_1 = \frac{1}{0,18} = 5,5 \text{ с}; T_2 = \frac{1}{1,2} = 0,83 \text{ с}; T_3 = \frac{1}{6,7} = 0,15 \text{ с}; T_4 = \frac{1}{46} = 0,022 \text{ с}.$$

Замечаем, что L_K претерпевает изломы на (-20) дБ/дек при частотах ω_1 и ω_4 , а при частотах ω_2 и ω_3 наклон изменяется на (+20) дБ/дек. Тогда передаточная функция корректирующего устройства имеет вид:

$$W_{\text{Е}}(p) = \frac{(0,83p+1)(0,15p+1)}{(5,5p+1)(0,022p+1)}$$

Составим передаточную функцию скорректированной САР:

$$W_{\text{жс}}(p) = W(p) \cdot W_K(p)$$

$$W_{\text{жс}}(p) = \frac{35}{p(0,15p+1)(0,4p+1)} \cdot \frac{(0,83p+1)(0,15p+1)}{(5,5p+1)(0,022p+1)} = \frac{35(0,83p+1)}{p(5,5p+1)(0,04p+1)(0,022p+1)}$$

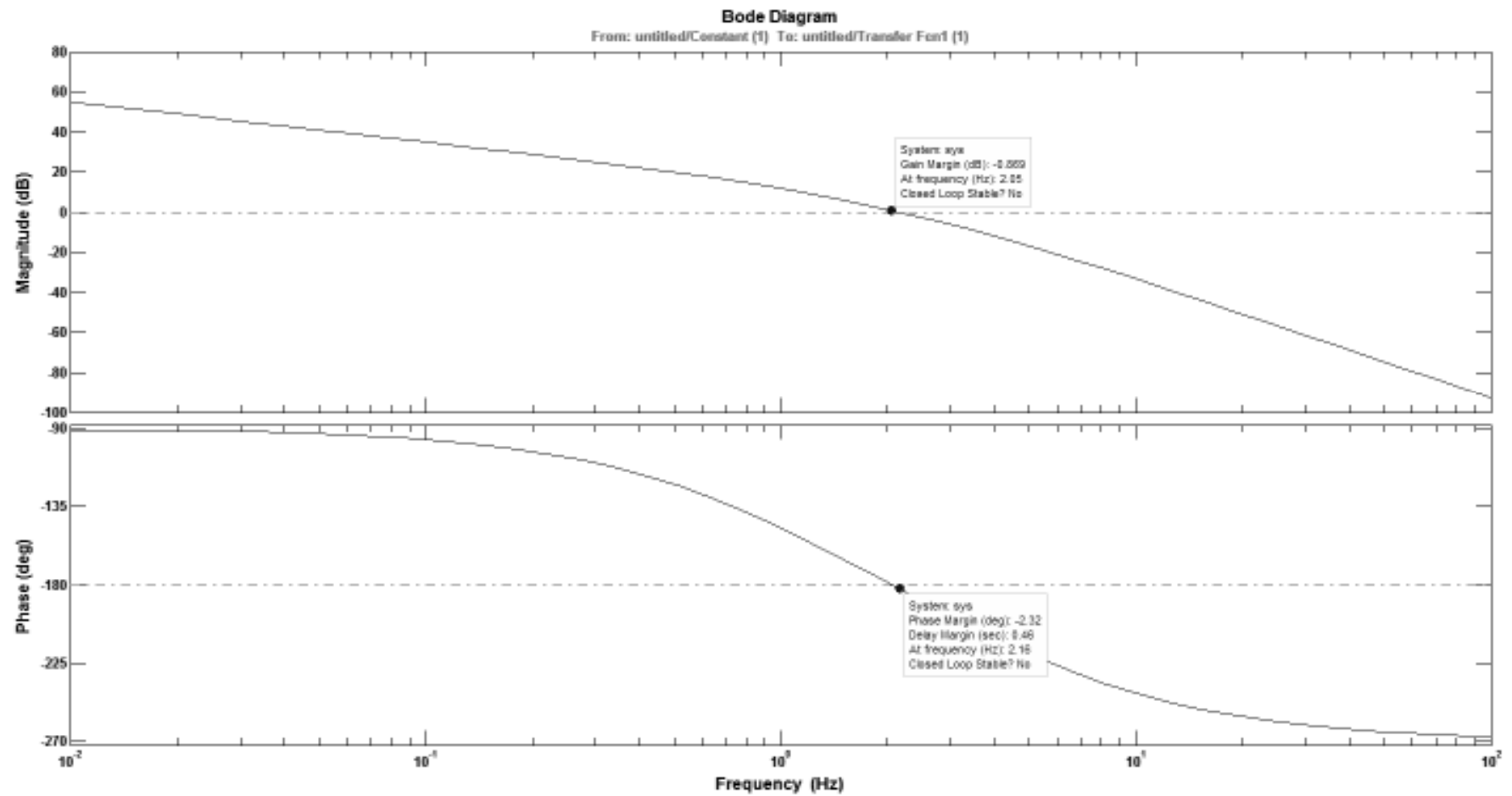


Рис. 1. 3. Частотные характеристики нескорректированной САР построенные в Matlab (ЛАХ – верхняя, ЛФХ – нижняя)

На основании полученной передаточной функции построим ЛАХ и ЛФХ скорректированной САР (см. рис. 1.4 и 1.5).

Для того, чтобы убедиться в правильности проведенной коррекции следует произвести замыкание САР и построить кривые переходного процесса соответственно до коррекции и после (см. рис. 1.6 и 1.7).

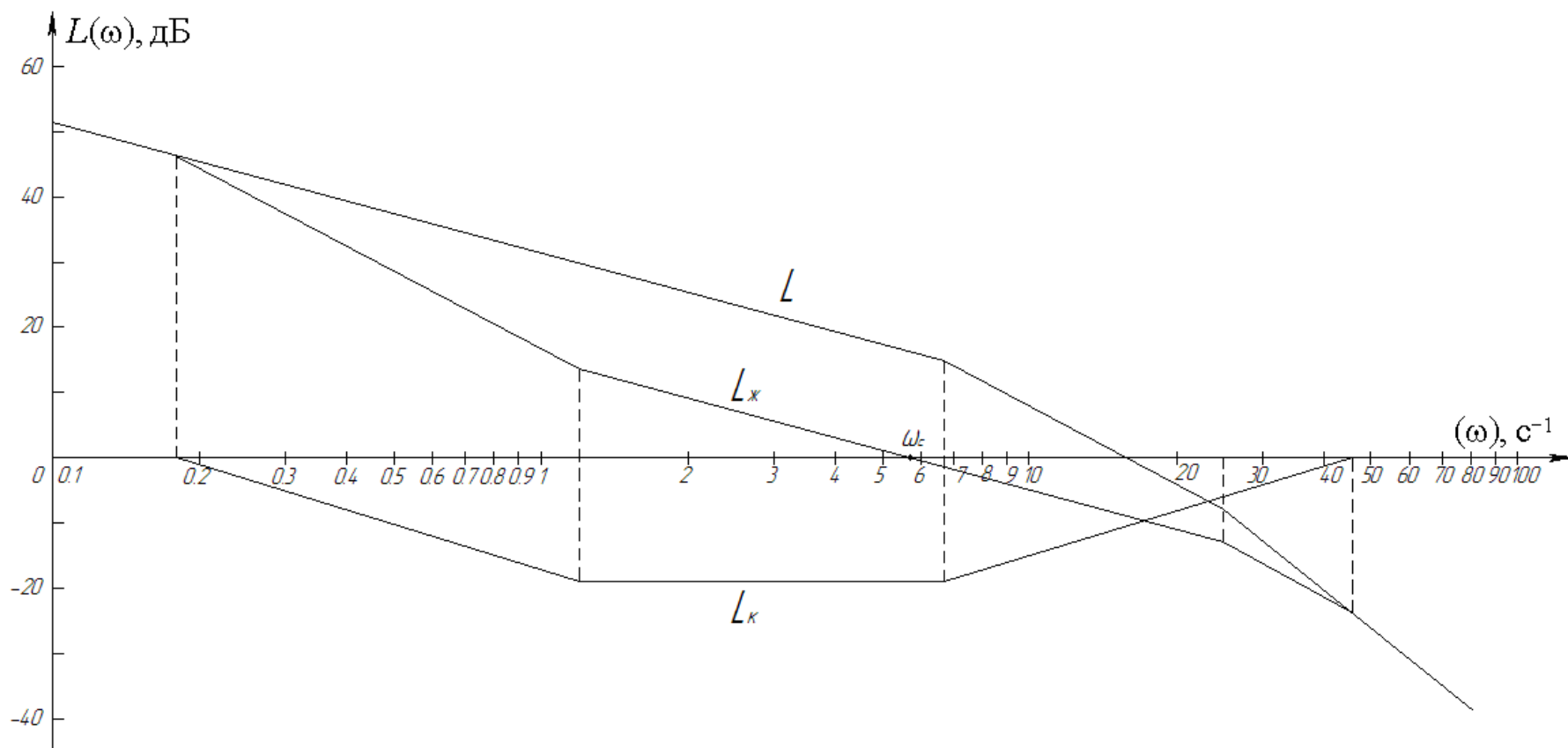


Рис. 1. 4. Процесс корректировки ЛАХ исходной САР

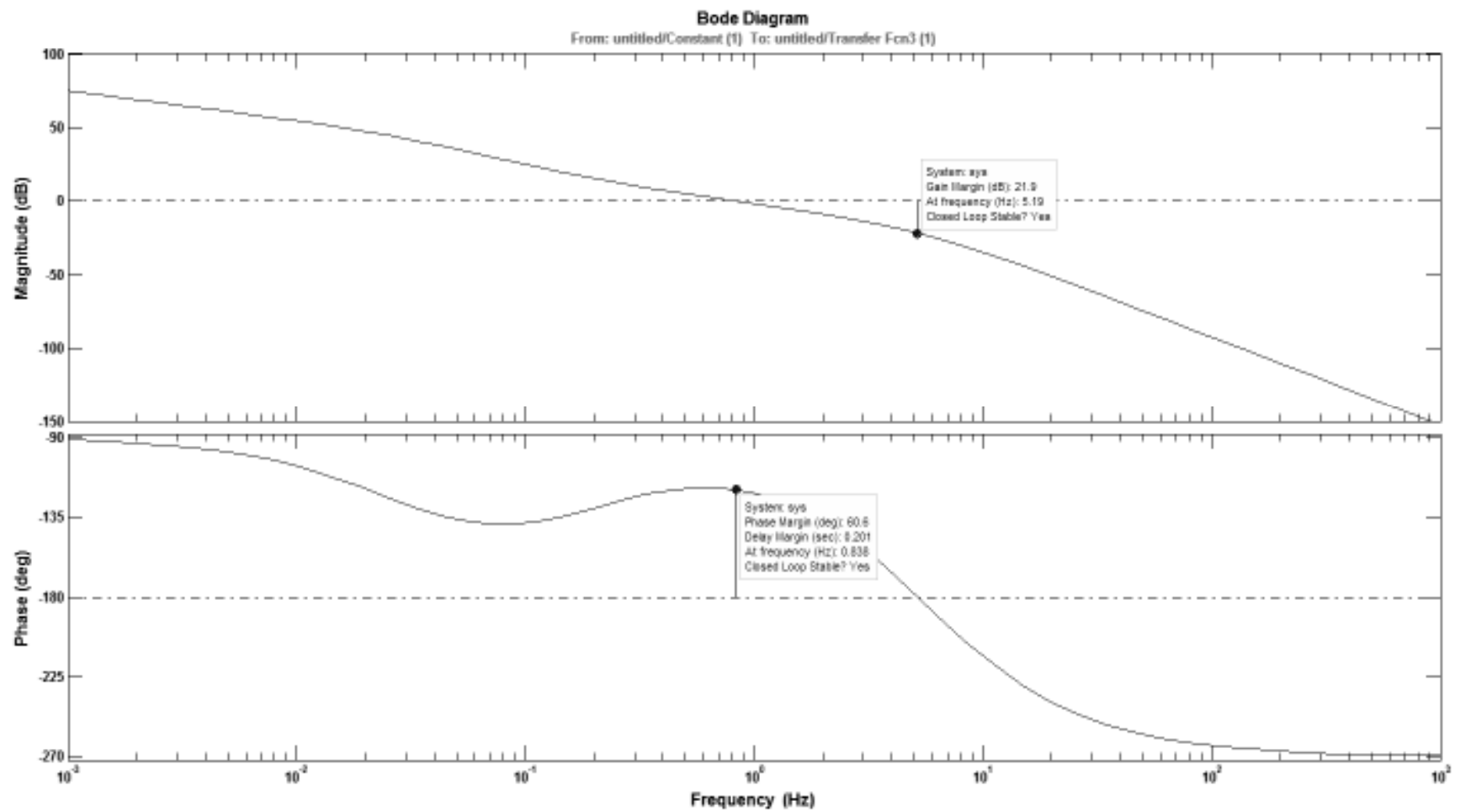


Рис.1. 5. Частотные характеристики скорректированной САР построенные в Matlab (ЛАХ – верхняя, ЛФХ - нижняя)

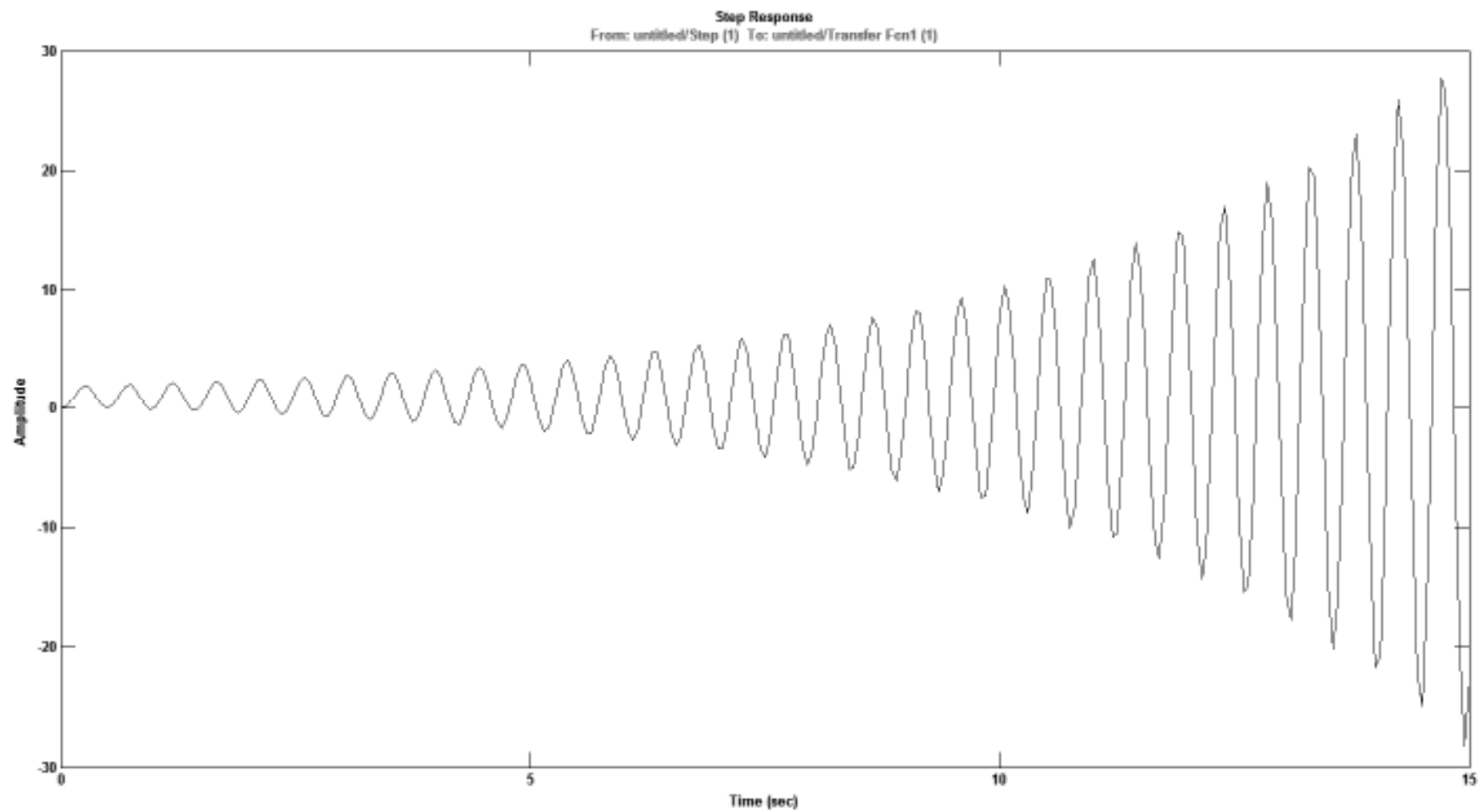


Рис. 1. 6. Кривая переходного процесса нескорректированной САР

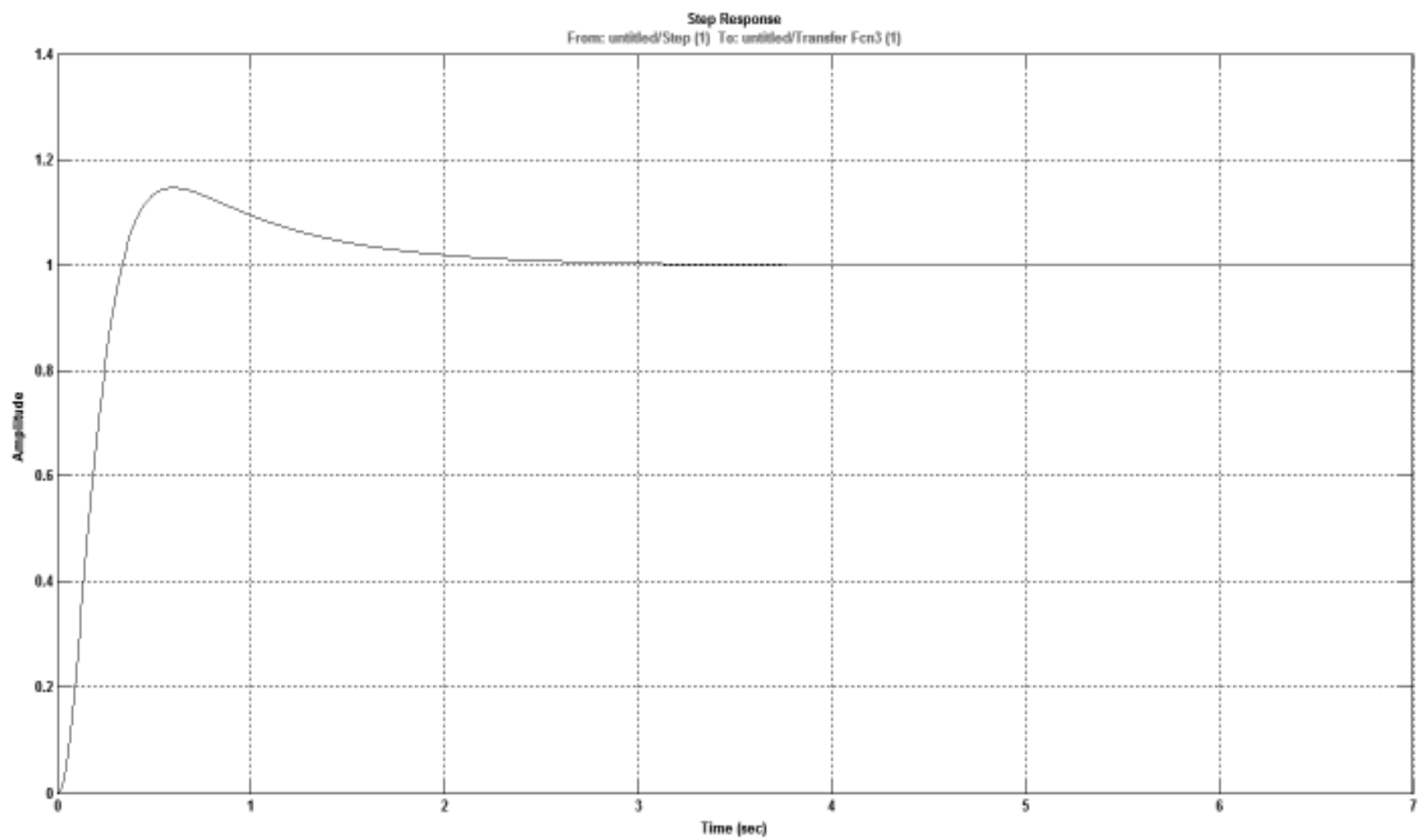


Рис. 1. 7. Кривая переходного процесса скорректированной САР.

1. 2. 6. Составление уравнения состояния скорректированной САР в нормальной форме

В проекте рассматривается САР, которая в общем случае описывается линейным уравнением n -го порядка:

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)} = \sum_{i=0}^n b_i g^{(i)} + \sum_{i=0}^n m_i f_y^{(i)}$$

Где $y^{(i)}$ – i -ая производная выходного параметра САР

$g^{(i)}$ – i -ая производная задающего воздействия, в виде удобном для сравнения;

$f^{(i)}$ – i -ая производная возмущающего воздействия;

a_i – коэффициент при i -ой производной выходного параметра;

b_i – коэффициент при i -ой производная задающего воздействия;

m_i – коэффициент при i -ой производная возмущающего воздействия;

Если линейное дифференциальное уравнение движения содержит в правой части производные от задающего воздействия и возмущения, а его характеристическое уравнение имеет кратные и комплексные сопряженные корни, то в этом случае рекомендуется нормальная форма записи уравнения состояния.

Одним из важнейших достоинств данной формы является то, что переменные состояния имеют ясный физический смысл, а некоторые из них могут быть измерены непосредственно датчиками различных типов.

В векторно-матричной форме уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \cdot \bar{x} = \bar{A} \cdot \bar{x} + \bar{B} \cdot g + \bar{M} \cdot f$$
$$y = c^T \cdot \bar{x}$$

где \bar{x} – вектор переменных состояния системы, размером $1 \times n$;

\bar{A} – матрица системы размером $n \times n$;

\bar{B} – вектор управления, размером $1 \times n$;

\bar{M} – вектор возмущения, размером $1 \times n$;

\bar{c} – вектор наблюдения размером $1 \times n$;

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix}$$

Где коэффициенты B_1, B_2, \dots, B_n определяются следующим образом:

Для $n = 2$

$$b_2 = B_0$$

$$b_1 = B_1 + a_1 B_0$$

$$b_0 = B_2 + a_1 B_1 + a_0 B_0$$

откуда

$$B_0 = b_2$$

$$B_1 = b_1 - a_1 B_0$$

$$B_2 = b_0 - a_1 B_1 - a_0 B_0$$

Для $n = 3$

$$b_3 = B_0$$

$$b_2 = B_1 + a_2 B_0$$

$$b_1 = B_2 + a_2 B_1 + a_1 B_0$$

$$b_0 = B_3 + a_2 B_2 + a_1 B_1 + a_0 B_0$$

откуда

$$B_0 = b_3$$

$$B_1 = b_2 - a_2 B_0$$

$$B_2 = b_1 - a_2 B_1 - a_1 B_0$$

$$B_3 = b_0 - a_2 B_2 - a_1 B_1 - a_0 B_0$$

Нетрудно получить соотношение для $B_i, i = \overline{0, n}$ любого порядка.

$$M = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_n \end{pmatrix}$$

Где коэффициенты M_1, M_2, \dots, M_n определяются аналогично коэффициентам B_1, B_2, \dots, B_n . Следует заметить, что в данном проекте возмущения не рассматриваются.

$$c^T = (1 \ 0 \ \dots \ 0)$$

Состояние системы в момент времени $t > t_0$ характеризуется полным набором переменных состояния $x_i(t)$, а начальное состояние – числами $x_i(0)$. По

определению, зная начальное состояние системы, можно единственным образом отыскать значение выходной переменной y в любой момент времени $t_1 > t$:

$$y(t_1) = y(t_1, x_1(0), x_2(0), \dots)$$

Процедура нахождения функции $y(t)$ для будущих моментов времени называется прогнозированием, что является важным требованием качественного управления.

Данную процедуру можно представить с помощью следующих математических уравнений:

$$\bar{x}(t) = f(\bar{A} \cdot t) \cdot \bar{x}(0) + \int_0^t f(\bar{A}(t-\tau)) \bar{B} \cdot g(\tau) d\tau + \int_0^t f(\bar{A}(t-\tau)) \bar{M} \cdot f(\tau) d\tau,$$

$$y(t) = c^T \cdot \bar{x}(t)$$

Где $f(\bar{A} \cdot t)$ – фундаментальная (переходная) матрица, процедура которой пояснена в п. 1.2.7

Пример 1:

Дана передаточная функция САР:

$$W(p) = \frac{y(t)}{g(t)} = \frac{2(0.5p+1)}{p(0.2p+1)(p+1)}$$

Требуется записать уравнение в векторно-матричной форме, используя общую форму записи.

Для этого преобразуем уравнение к виду:

$$p(0.2p+1)(p+1)y(t) = 2(0.5p+1)g(t)$$

В конечном виде получим:

$$(p^3 + 6p^2 + 5p)y(t) = (5p + 10)g(t)$$

Тогда исходные уравнения в векторно-матричной форме будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \cdot \bar{x} = \bar{A} \cdot \bar{x} + \bar{B} \cdot g$$

$$y = c^T \cdot \bar{x} + b_0 \cdot g$$

Где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$B_0 = b_3 = 0$$

$$B_1 = b_2 - a_2 B_0 = 0 - 6 \cdot 0 = 0$$

$$B_2 = b_1 - a_2 B_1 - a_1 B_0 = 5 - 6 \cdot 0 - 5 \cdot 0 = 5$$

$$B_3 = b_0 - a_2 B_2 - a_1 B_1 - a_0 B_0 = 10 - 6 \cdot 5 - 5 \cdot 0 - 0 \cdot 0 = -20$$

$$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$C^T = (1 \ 0 \ 0)$$

Таким образом, мы можем записать:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -20 \end{pmatrix} \cdot g$$

$$y = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_1$$

1. 2. 7. Фундаментальная матрица.

Методы составления фундаментальной матрицы.

Фундаментальной называется матрица решения однородного векторно-матричного уравнения:

$$\frac{d}{dt} \cdot \bar{x} = \bar{A} \cdot \bar{x},$$

Данную матрицу можно записать в следующем виде:

$$f(\bar{A} t) = e^{\bar{A} t}$$

Рассмотрим два метода поиска фундаментальной матрицы

Метод Кели-Гамильтона.

В соответствии с теоремой Кели-Гамильтона любая квадратная матричная функция $f(\bar{A} \cdot t) = e^{\bar{A}t}$ может быть представлена в виде конечной суммы:

$$f(\bar{A} \cdot t) = \alpha_0 \bar{E} + \alpha_1 \bar{A} + \alpha_2 \bar{A}^2 + \dots + \alpha_{n-1} \bar{A}^{n-1},$$

Где \bar{E} - единичная матрица

$\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ - коэффициенты, которые находятся из матричного уравнения:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \\ p_1^2 & p_2^2 & \dots & p_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^{n-1} & p_2^{n-1} & \dots & p_n^{n-1} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{p_1 t} \\ e^{p_2 t} \\ e^{p_3 t} \\ \dots \\ e^{p_n t} \end{pmatrix},$$

Где p_1, p_2, \dots, p_n - собственные значения матрицы \bar{A}

Пример 2:

Составить фундаментальную матрицу методом Кели-Гамильтона для САР рассмотренной в примере 1.

1. Определим собственные значения матрицы \bar{A} :

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\det[p\bar{E} - \bar{A}] = \begin{vmatrix} p & -1 & 0 \\ 0 & p & -1 \\ 0 & 5 & p+6 \end{vmatrix} = p(p^2 + 6p + 5)$$

$$p_1 = 0; p_2 = -1; p_3 = -5.$$

2. Составим матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{p_1 t} \\ e^{p_2 t} \\ e^{p_3 t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & 25 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-t} \\ e^{-5t} \end{pmatrix}$$

После транспонирования получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -5 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-t} \\ e^{-5t} \end{pmatrix}$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1; \\ \alpha_1 &= 1.2 - 1.25e^{-t} + 0.05e^{-5t}; \\ \alpha_2 &= 0.2 - 0.25e^{-t} + 0.05e^{-5t}. \end{aligned}$$

3. Согласно теореме Кели-Гамильтона будем искать фундаментальную матрицу в виде:

$$\begin{aligned} f(\bar{A} \cdot t) &= \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{pmatrix} \cdot \alpha_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{pmatrix}^2 \cdot \alpha_2 \\ f(\bar{A} \cdot t) &= \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ 0 & \alpha_0 - 5\alpha_2 & \alpha_1 - 6\alpha_2 \\ 0 & -5\alpha_1 + 30\alpha_2 & \alpha_0 - 6\alpha_1 + 31\alpha_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

После подстановки в $f(\bar{A})$ коэффициентов $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ получим фундаментальную матрицу в конечном виде:

$$f(\bar{A} \cdot t) = \begin{pmatrix} 1 & 1.2 - 1.25e^{-t} + 0.05e^{-5t} & 0.2 - 0.25e^{-t} + 0.05e^{-5t} \\ 0 & 1.25e^{-t} - 0.25e^{-5t} & 0.25e^{-t} - 0.25e^{-5t} \\ 0 & -1.25e^{-t} + 1.25e^{-5t} & -0.25e^{-t} + 1.25e^{-5t} \end{pmatrix}$$

Метод обратного преобразования Лапласа

Метод обратного преобразования рассмотрим на конкретном примере составления фундаментальной матрицы для САР рассматриваемой в примерах 1 и 2 :

1. Определяем характеристическое уравнение:

$$[p\bar{E} - \bar{A}] = \begin{pmatrix} p & -1 & 0 \\ 0 & p & -1 \\ 0 & 5 & p+6 \end{pmatrix}$$

2. Определим обратную матрицу от полученной в п.1:

$$[p\bar{E} - \bar{A}]^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & \frac{p+6}{p(p^2+6p+5)} & \frac{1}{p(p^2+6p+5)} \\ 0 & \frac{p+6}{p^2+6p+5} & \frac{1}{p^2+6p+5} \\ 0 & \frac{-5}{p^2+6p+5} & \frac{p}{p^2+6p+5} \end{pmatrix}$$

3. Фундаментальную матрицу можно найти через обратное преобразование Лапласа, по формуле:

$$f(\bar{A} \cdot t) = L^{-1} \{ [p\bar{E} - \bar{A}]^{-1} \}$$

$$f(\bar{A} \cdot t) = L^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & \frac{p+6}{p(p^2+6p+5)} & \frac{1}{p(p^2+6p+5)} \\ 0 & \frac{p+6}{p^2+6p+5} & \frac{1}{p^2+6p+5} \\ 0 & \frac{-5}{p^2+6p+5} & \frac{p}{p^2+6p+5} \end{pmatrix} \right\}$$

$$f(\bar{A} \cdot t) = \begin{pmatrix} 1 & 1.2 - 1.25e^{-t} + 0.05e^{-5t} & 0.2 - 0.25e^{-t} + 0.05e^{-5t} \\ 0 & 1.25e^{-t} - 0.25e^{-5t} & 0.25e^{-t} - 0.25e^{-5t} \\ 0 & -1.25e^{-t} + 1.25e^{-5t} & -0.25e^{-t} + 1.25e^{-5t} \end{pmatrix}$$

Преобразование находится с помощью таблиц (приложение 1) или с помощью Matlab.

1. 2. 8. Составление уравнений состояния скорректированной САР в канонической форме

Большим достоинством канонической формы является диагональность матрицы, что упрощает решение уравнения в векторно-матричной форме, хотя

переменные состояния в данном случае не имеют явного физического смысла, в результате чего возникает проблема их непосредственного измерения.

Для получения уравнений состояния в канонической форме уравнений объекта следует представить следующим образом:

$$y = \frac{b(p)}{a(p)}u + \frac{m(p)}{a(p)}f,$$

$$a(p) = \sum_{i=0}^n a_i p^{(n-i)},$$

$$b(p) = \sum_{i=0}^n b_i p^{(n-i)}$$

$$m(p) = \sum_{i=0}^n m_i p^{(n-i)}$$

Если корни p_1, p_2, \dots, p_n полинома $a(p)$, действительные однократные, то предыдущее выражение мы можем представить в виде суммы элементарных дробей:

$$y = \sum_{i=1}^n \frac{R_i u + Q_i f}{p - p_i},$$

Где R_i, Q_i – коэффициенты, определяемые через исходные коэффициенты методами подстановки, предельных значений или неопределенных коэффициентов

Отсюда

$$(p - p_i)x_i = R_i u + Q_i f, i = 1, 2, \dots, n$$

или

$$\dot{x}_i = p_i x_i + R_i u + Q_i f, i = 1, 2, \dots, n$$

При этом

$$y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

Тогда векторно-матричная запись уравнений состояния будет следующей:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A} \cdot \bar{x} + \bar{b}u + \bar{m}f$$

$$y = \bar{c}^{-T} \bar{x}$$

Где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{pmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_n \end{pmatrix}; \quad \bar{M} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{pmatrix}.$$

$$\bar{c}^T = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]$$

А фундаментальная матрица в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$f(\bar{A} \cdot t) = \begin{pmatrix} e^{p_1 t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{p_2 t} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{p_n t} \end{pmatrix}$$

Пример 3:

Записать передаточную функцию из примера 1 в векторно-матричной форме используя каноническую форму записи:

$$W(p) = \frac{y(t)}{g(t)} = \frac{2(0.5p+1)}{p(0.2p+1)(p+1)} \quad (*)$$

1. Перепишем вышеприведенное выражение в виде:

$$y(t) = \frac{2(0.5p+1)}{p(0.2p+1)(p+1)} \cdot g(t) \quad (**)$$

Тогда имеем следующие корни: $p_1 = 0$, $p_2 = -5$, $p_3 = -1$

2. Представим передаточную функцию в виде суммы элементарных дробей:

$$y(t) = \left(\frac{R_1}{p} + \frac{R_2}{p+5} + \frac{R_3}{p+1} \right) \cdot g(t)$$

Определим коэффициенты R_1, R_2, R_3 методом неопределенных коэффициентов:

Для этого приравняем числители (*) и (**) на основании чего получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 + R_3 = 0 \\ 6R_1 + R_2 + 5R_3 = 1 \\ 5R_1 = 2 \end{cases}$$

Решая данную систему, получим, что:

$$\begin{cases} R_1 = 0.4 \\ R_2 = -0.15 \\ R_3 = -0.25 \end{cases}$$

3. Составим векторно-матричные уравнения в канонической форме:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \bar{x} + \begin{pmatrix} 0.4 \\ -0.15 \\ -0.25 \end{pmatrix} \cdot g(t) \\ y &= (1 \quad 1 \quad 1) \cdot \bar{x} \end{aligned}$$

1. 2. 9. Оценка качества регулирования по кривой переходного процесса

1. Время регулирования – это время, за которое параметр $h(t)$ попадает в допустимые границы отклонения от заданного значения и в дальнейшем их не покидает. Определяется t_p следующим образом, для этого на графике $h(t)$ откладываются границы условно-допустимого отклонения регулируемого параметра от установившегося значения $h_{уст}$ (обычно данные границы выбираются равными $\pm 0,05h_{уст}$). Установившееся значение должно быть равно $h_{уст} = 1 - P(0)$, где $P(0)$ - вещественная характеристика замкнутой системы $P(0) = K/I + K$ для статических систем и $P(0) = I$ для астатических.

2. Перерегулирование. Определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{h_{MAX} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%$$

3. Остаточное отклонение или статическая ошибка регулирования определяется по формуле:

$$\delta h = g - h_{\infty} = 1 - P(0)$$

4. Определяется колебательность m по числу полувольт кривой относительно установившегося значения в пределах времени t_p .

1. 2. 10. Оценка точности САР в установившемся режиме

Для нахождения установившегося значения $y_{уст}$ при отсутствии возмущений и задающем воздействии вида $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$, где $g_0 = const$, в выражении $\hat{O}(p)$ полагают $p = 0$, тогда

$$y_{\hat{O}\hat{N}\hat{O}} = \hat{O}(0)g_0$$

Одно из основных требований, которым должна удовлетворять САР, заключается в обеспечении необходимой точности воспроизведения задающего воздействия в установившемся режиме.

При $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$ эта ошибка называется статической и находится с помощью выражения

$$\delta x_{\hat{N}\hat{O}} = \hat{O}_0(0)g_0 = \frac{1}{1+W(0)} g_0$$

При определении $y_{\hat{O}\hat{N}\hat{O}}$ и $\delta x_{\hat{N}\hat{O}}$. В курсовом проекте g_0 следует полагать равной единице.

1. 2. 11. Нахождение фундаментальной матрицы с помощью MATLAB

Поиск фундаментальной матрицы в MATLAB проведем на основании двух алгоритмов описанных в п. 2.7. В качестве примера будет использована САР рассматриваемая в примерах к тому же пункту.

Реализация метод Кели-Гамильтона

1. Найдем корни характеристического уравнения $\det[p\bar{E} - \bar{A}]^{-1}$:

- Определим, оператор p и время t как переменную в MATLAB, это осуществляется командой:

```
syms p t
```

- Зададим матрицу A:

```
A=[0 1 0;0 0 1;0 -5 -6]
```

```
A =
```

```
0 1 0
```

```
0 0 1
```

```
0 -5 -6
```

- Найдем матрицу $p\bar{E} - \bar{A}$:

$p*\text{eye}(3)-A$

ans =

[p, -1, 0]

[0, p, -1]

[0, 5, p+6]

Где $\text{eye}(n)$ – функция задания единичной матрицы размерностью $n \times n$

- Найдем определитель матрицы $p\bar{E} - \bar{A}$:

$\det(p*\text{eye}(3)-A)$

ans =

$p*(p^2+6*p+5)$

- Найдем корни характеристического уравнения

$Q=\text{solve}('p*(p^2+6*p+5)')$

Q =

0

-1

-5

2. Найдем коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$:

- Составим матрицу К следующим образом:

$K=[1 \ 1 \ 1; Q(1)^1 \ Q(2)^1 \ Q(3)^1; Q(1)^2 \ Q(2)^2 \ Q(3)^2]$

K =

[1, 1, 1]

[0, -1, -5]

[0, 1, 25]

Где $Q(n)$ – n-ый элемент вектора Q

- Составим вектор E следующим образом:

$E=[\exp(Q(1)*t); \exp(Q(2)*t); \exp(Q(3)*t)]$

E =

1

$\exp(-t)$

$\exp(-5*t)$

Где $\exp(n)$ – экспонента в степени n

- Найдем требуемые коэффициенты, руководствуясь теоремой Кели-Гамильтона

$$L = K \cdot \bar{A}^{-1} \cdot E$$

$$L =$$

1

$$6/5 - 5/4 \cdot \exp(-t) + 1/20 \cdot \exp(-5 \cdot t)$$

$$1/5 - 1/4 \cdot \exp(-t) + 1/20 \cdot \exp(-5 \cdot t)$$

Где $\bar{\cdot}$ – операция транспонирования матрицы

3. Построим фундаментальную матрицу $f(\bar{A} \cdot t)$:

$$F = \text{eye}(3) \cdot L(1) + A \cdot L(2) + A^2 \cdot L(3)$$

$$F =$$

$$\begin{bmatrix} 1, & 6/5 - 5/4 \cdot \exp(-t) + 1/20 \cdot \exp(-5 \cdot t), & 1/5 - 1/4 \cdot \exp(-t) + 1/20 \cdot \exp(-5 \cdot t) \\ 0, & 5/4 \cdot \exp(-t) - 1/4 \cdot \exp(-5 \cdot t), & 1/4 \cdot \exp(-t) - 1/4 \cdot \exp(-5 \cdot t) \\ 0, & -5/4 \cdot \exp(-t) + 5/4 \cdot \exp(-5 \cdot t), & -1/4 \cdot \exp(-t) + 5/4 \cdot \exp(-5 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0, & 5/4 \cdot \exp(-t) - 1/4 \cdot \exp(-5 \cdot t), & 1/4 \cdot \exp(-t) - 1/4 \cdot \exp(-5 \cdot t) \\ 0, & -5/4 \cdot \exp(-t) + 5/4 \cdot \exp(-5 \cdot t), & -1/4 \cdot \exp(-t) + 5/4 \cdot \exp(-5 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Табл. «Изображение по Лапласу функций времени» см. приложение.

Реализация метода Лапласа

1. Найдем матрицу $[p\bar{E} - \bar{A}]^{-1}$:

- Зададим матрицу A:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$A =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

- Найдем матрицу $p\bar{E} - \bar{A}$:

$$p \cdot \text{eye}(3) - A$$

$$\text{ans} =$$

$$\begin{bmatrix} p, & -1, & 0 \\ 0, & p, & -1 \\ 0, & 5, & p+6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0, & p, & -1 \\ 0, & 5, & p+6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0, & 5, & p+6 \end{bmatrix}$$

- Определим матрицу $[p\bar{E} - \bar{A}]^{-1}$:

$$[p \cdot \text{eye}(3) - A]^{-1}$$

$$\text{ans} =$$

$$\begin{bmatrix} 1/p, & (p+6)/(p^3+6 \cdot p^2+5 \cdot p), & 1/(p^3+6 \cdot p^2+5 \cdot p) \\ 0, & (p+6)/(p^2+6 \cdot p+5), & 1/(p^2+6 \cdot p+5) \\ 0, & -5/(p^2+6 \cdot p+5), & p/(p^2+6 \cdot p+5) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0, & (p+6)/(p^2+6 \cdot p+5), & 1/(p^2+6 \cdot p+5) \\ 0, & -5/(p^2+6 \cdot p+5), & p/(p^2+6 \cdot p+5) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0, & -5/(p^2+6 \cdot p+5), & p/(p^2+6 \cdot p+5) \end{bmatrix}$$

2. Построим фундаментальную матрицу $f(\bar{A} \cdot t)$ с помощью обратного преобразования Лапласа:

$$F = \text{ilaplace}([p \cdot \text{eye}(3) - A]^{-1}, p, t)$$

$$F =$$

$$\left[1, \quad 6/5 + 1/20 \cdot \exp(-5 \cdot t) - 5/4 \cdot \exp(-t), \quad 1/20 \cdot \exp(-5 \cdot t) - 1/4 \cdot \exp(-t) + 1/5 \right]$$

$$\left[0, \quad \exp(-3 \cdot t) \cdot (\cosh(2 \cdot t) + 3/2 \cdot \sinh(2 \cdot t)), \quad 1/2 \cdot \sinh(2 \cdot t) \cdot \exp(-3 \cdot t) \right]$$

$$\left[0, \quad -5/2 \cdot \sinh(2 \cdot t) \cdot \exp(-3 \cdot t), \quad \exp(-3 \cdot t) \cdot (\cosh(2 \cdot t) - 3/2 \cdot \sinh(2 \cdot t)) \right]$$

Часть 2

Расчет нелинейных систем автоматического управления

Первая часть курсовой работы посвящена исследованию линейных систем автоматического регулирования. Однако статические характеристики звеньев можно рассматривать как линейные только в определённых условиях. Линеаризация при больших отклонениях параметров в процессе регулирования может привести к существенным ошибкам, тем более, что при работе элементов в зоне значительных воздействий проявляется эффект насыщения. В связи с этим даже при анализе обычных линейных систем и, безусловно, при наличии нелинейных элементов (типа реле и т.п.) возникает необходимость исследования системы с учетом нелинейности.

2. 1. Задание на исследование нелинейной САУ

Исследованию подлежит скорректированная САУ с передаточной функцией $W_{ж}(p)$, полученной в результате выполнения первой части курсового проекта. Однако при этом одно из звеньев САУ, помеченное на исходной структурной схеме индексом « * », рассматривается как нелинейное. Статический коэффициент передачи этого звена заменяется графиком нелинейной статической характеристики, взятым из рис.1 настоящего руководства. Характеристика на рис. 2. 1, а используется в вариантах 1 и 2 ($B=2,2$; $C=220$); характеристика на рис. 2. 1,б – в вариантах 3 и 4 ($B=10$; $C=50$), 5 и 6 ($B=2,5$; $C=0,25$), 7 и 8 ($B=2,5$; $C=1,25$) и в вариантах 9 ($B=150$, $C=9$); характеристика на рис.2. 1, в используется в вариантах 10 ($B_1=0,2$; $B_2=3$, $C=18$). В отдельных случаях преподаватель может задать нелинейность другого вида.

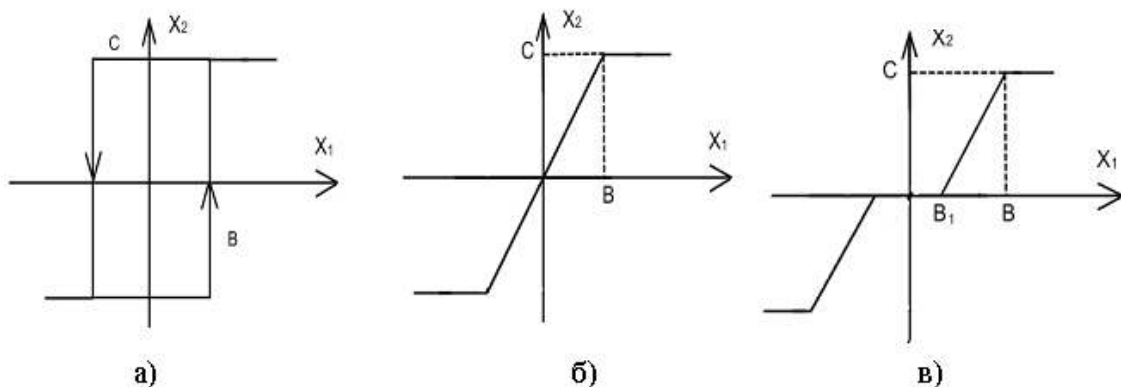


Рис. 2. 1. Нелинейные статические характеристики

Во второй части проекта выполняются следующие задачи:

1. С учетом заданной нелинейности провести анализ САР по методу гармонического баланса и при наличии автоколебаний определить их частоту и амплитуду.

2. Построить переходный процесс в нелинейной системе при подаче на вход нелинейного элемента сигнала, в полтора раза большего начала зоны насыщения статической характеристики.

2. 2. Указание к исследованию

2.2.1. Составление структурной схемы нелинейной САР

Представим нелинейное звено в виде двух последовательно включенных звеньев: звена, содержащего только нелинейную статистическую характеристику (вместо коэффициента передачи нелинейного звена K_n), и звена с коэффициентом передачи $K = 1$ и полиномами от p в числителе и знаменателе из исходной передаточной функции. Например, на рис. 2. 2, б дана преобразовательная схема этого звена с взятой в качестве примера петлевой релейной характеристикой с зоной нечувствительности.

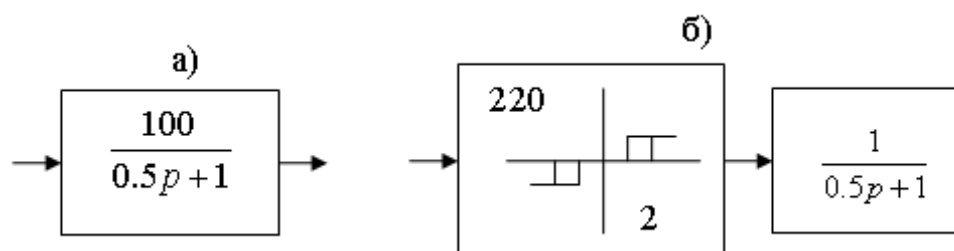


Рис. 2. 2. Представление передаточной функции

Структурную схему САР с нелинейным элементом (рис. 2. 3, а) приводим к схеме, в которой выделен нелинейный элемент с передаточной функцией W_n (А), а все оставшиеся звенья, включая оставшуюся линейную часть нелинейного элемента, образуют линейную часть системы с передаточной функцией W_d (p) (рис. 2. 3, б).

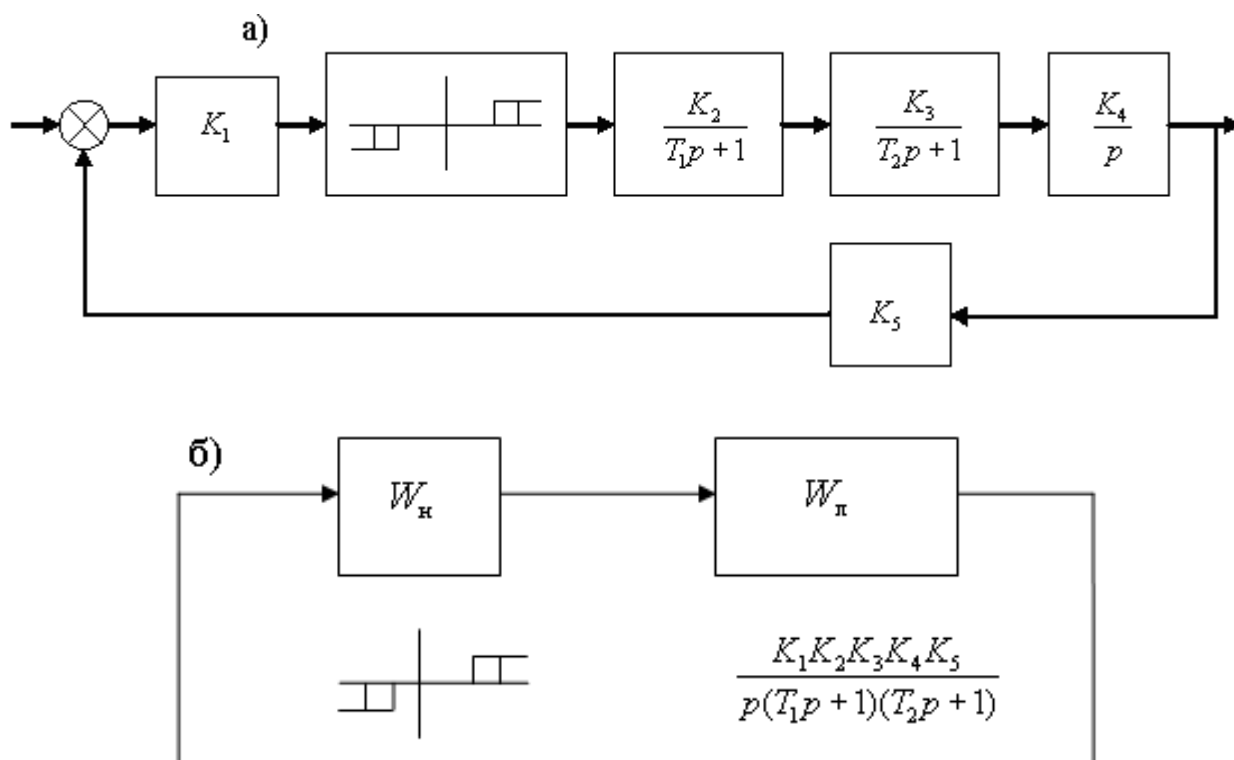


Рис. 2. 3. Пример структурной схемы САР с нелинейным элементом

Произведение коэффициентов передачи звеньев, образующих линейную часть системы, является коэффициентом передачи линейной части системы $K_{л}$. Для нахождения $K_{л}$ общий коэффициент передачи системы K , найденный в первой части курсового проекта (см. подробнее в п. 2.7.2. первой части), необходимо разделить на коэффициент передачи нелинейного звена $K_{н}$.

2. 2. 2. Исследование системы по методу гармонического баланса

Этот метод позволяет только определить наличие или отсутствие незатухающих колебаний в системе, т. е. в конечном итоге устойчивость системы. При наличии насыщения расходящийся процесс не может быть беспредельным и достигает некоторого предельного цикла, имеющего определенную частоту колебаний. Эти колебания являются несинусоидальными и имеют в различных точках цепи регулирования различные степени не синусоидальности и разную амплитуду.

Характеристическое уравнение для нелинейной САР замкнутой системы имеет вид:

$$W_{н}(A) W_{л}(j\omega) + 1 = 0$$

Если в результате решения этого уравнения будут получены положительные действительные значения частоты ω_0 и амплитуды A_0 , то в системе возможны автоколебания с этими параметрами.

Для графического решения характеристического уравнения его преобразуют к виду:

$$W_{\text{л}}(j\omega) = -\frac{1}{W_{\text{н}}(A)}$$

Если на одном и том же чертеже и в одинаковых масштабах построить годографы $W_{\text{л}}(j\omega)$ и $-1/W_{\text{н}}(A)$, то их пересечение будет означать наличие автоколебаний; при этом частоту автоколебаний можно получить из годографа $W_{\text{л}}(j\omega)$, амплитуду – из годографа $-1/W_{\text{н}}(A)$.

Удобно проводить проверку системы на наличие автоколебаний в следующем порядке.

1. Строим годограф $W_{\text{л}}(j\omega)$. Методика построения АФЧХ линейной передаточной функции изложена ниже.

2. Строим годограф функции $-1/W_{\text{н}}(A)$. Передаточная функция $W_{\text{н}}(A)$ может быть представлена в виде

$$W_{\text{н}}(A) = g(A) + jg'(A),$$

где функции $g(A)$ и $g'(A)$, называемые коэффициентами гармонической линеаризации, имеют следующий вид:

а) для нелинейности типа релейной с петлей гистерезиса (рис. 2. 1, а)

$$\left. \begin{aligned} g(A) &= \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{B^2}{A^2}} \\ g'(A) &= -\frac{4cB}{\pi A^2} \end{aligned} \right\} \text{при } A \geq B$$

б) для нелинейности типа усилитель с насыщением (рис. 1, б)

$$\left. \begin{aligned} g(A) &= \frac{2K}{\pi} \left(\arcsin \frac{B}{A} + \frac{B}{A} \sqrt{1 - \frac{B^2}{A^2}} \right) \text{ и } \delta \text{ è } A \geq B, K = \frac{c}{B}; \\ g'(A) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

в) для нелинейности типа усилитель с насыщением и зоной нечувствительности (рис. 2. 1, в).

$$g(A) = \frac{2K}{\pi} \left(\arcsin \frac{B_2}{A} - \arcsin \frac{B_1}{A} + \frac{B^2}{A} \sqrt{1 - \frac{B_2^2}{A^2}} - \frac{B_1}{A} \sqrt{1 - \frac{B_1^2}{A^2}} \right)$$

$$\text{и } \delta \text{è } A \geq B_1, K = \frac{c}{B_2 - B_1}$$

$$g'(A) = 0$$

Функция $-1/W_n(A)$ представляется в виде

$$-\frac{1}{W_i(A)} = \frac{1}{g(A) + jg'(A)} = \frac{-g(A)}{g^2(A) + g'^2(A)} + j \frac{g'(A)}{g^2(A) + g'^2(A)} = \text{Re}(A) + j\text{Im}(A)$$

Годограф функции $-1/W_n(A)$ строят, вычисляя вещественную $\text{Re}(A)$ и мнимую $\text{Im}(A)$ функции для разных A и откладывая полученные значения этих функций по осям абсцисс и ординат соответственно.

Вычисление $\text{Re}(A)$ и $\text{Im}(A)$ удобно проводить с помощью ЭВМ.

Рассмотрим взаимное положение годографов $W_n(j\omega)$ и $-1/W_n(A)$:

1. Если годографы не пересекаются, то в системе возникновение колебаний невозможно.
2. Если годографы пересекаются в одной точке, то в системе возможны незатухающие колебания. Параметры автоколебаний ω_0 и A_0 определяются точкой пересечения годографов: ω_0 по $W_n(j\omega)$ и A_0 по $-1/W_n(A)$.
3. Если годографы пересекаются в двух точках, то это свидетельствует о наличии двух режимов автоколебаний: с большей и меньшей амплитудой. Режим с большей амплитудой соответствует предельному циклу устойчивых колебаний, режим с меньшей амплитудой существовать не может и потому называется неустойчивым.

На рис. 2. 4 а, б, в проиллюстрированы три рассмотренных случая взаимоположения годографов для системы с нелинейностью, приведенной в качестве примера на рис. 2. 3. Для САР с другими видами нелинейностей годографы будут иметь иной вид. В частности для без петлевых нелинейностей коэффициент $g'(A) = 0$ и годограф $1/W_n(A)$ будет располагаться только на оси абсцисс. Заметим, однако, что и в этом случае по мере увеличения A возможно движение конца вектора функции $-1/W_n(A)$ сначала в одну, а затем в другую сторону и, следовательно, возникновение двух режимов колебаний.

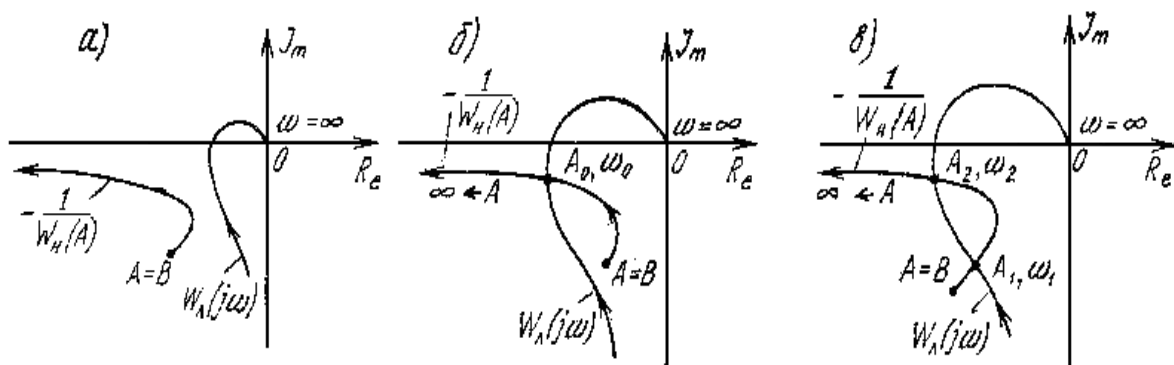


Рис. 2. 4. Возможные взаимные расположения годографов

2. 2. 3. Построение переходного процесса в нелинейной системе

Кривая переходного процесса показывает характер процесса (наличие колебательности), интенсивность затухания колебаний или перехода на предельно устойчивый цикл, частоту колебаний и амплитуду изменение параметров в различных точках системы. Переходный процесс рекомендуется строить в среде SamSim или Simulink (часть 4, рис 4. 30).

2. 3. Пример исследования нелинейной САР по методу гармонического баланса

Дана следующая исходная структура САР представленная на рис. 2. 5.

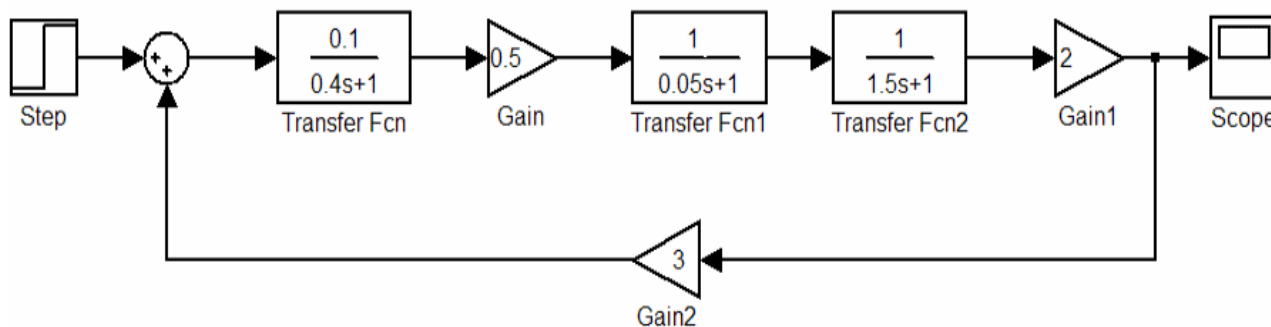


Рис. 2. 5. Структурная схема САР

Включим в одно из звеньев САР, представленную на рис. 2. 5, нелинейный элемент с нелинейностью вида (рис. 2. б) со следующими параметрами: $C = 0,25$, $B = 2,5$ $K_H = (C/B) = 0,1$.

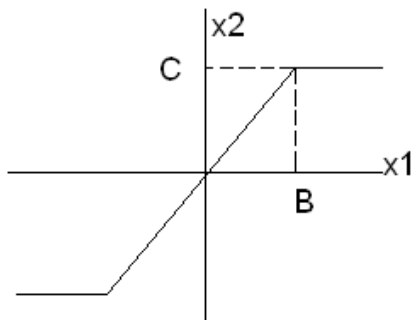


Рис. 2. 6. Нелинейность вида усилитель с насыщением

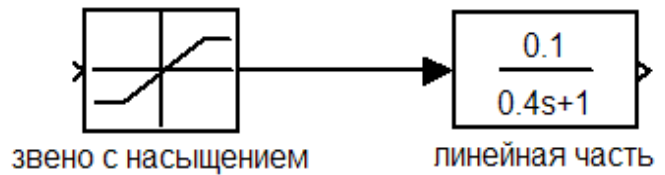


Рис. 2. 7. Структурная схема нелинейного элемента

Структурная схема вместе с нелинейным элементом представлена на рис. 2. 8.

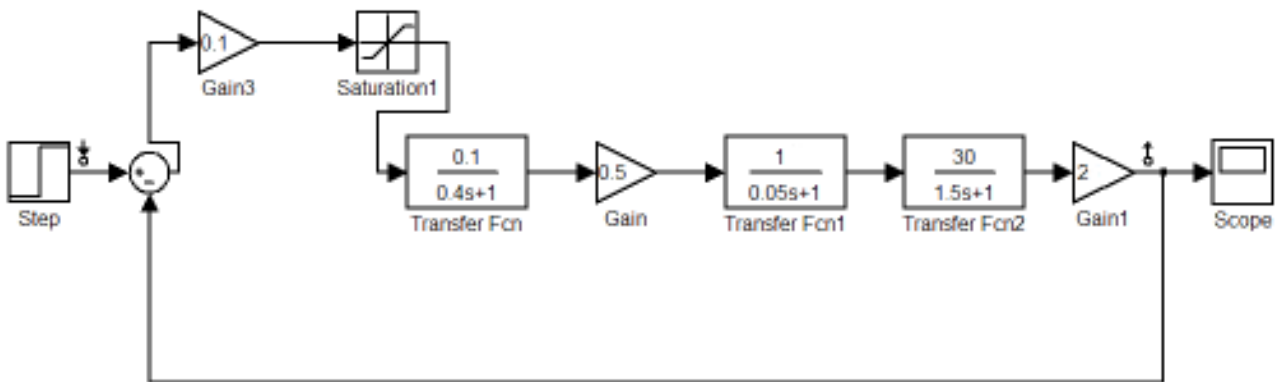


Рис. 2. 8. Структурная схема САР с нелинейным элементом

Получим уравнение для построения АФЧХ линейной части САР в разомкнутом состоянии:

$$W_n(p) = \frac{0.1}{0.4p+1} \cdot 0.5 \cdot \frac{1}{0.05p+1} \cdot \frac{30}{1.5p+1} \cdot 2$$

$$W_n(p) = \frac{3}{(0.4p+1)(0.05p+1)(1.5p+1)}$$

Сделаем замену $p = i\omega$ и разложим передаточную функцию на реальную и мнимую части:

$$W(i\omega) = \frac{3}{(0.4i\omega+1)(0.05i\omega+1)(1.5i\omega+1)},$$

$$W(i\omega) = \frac{3(1-0.4i\omega)(1-0.05i\omega)(1-1.5i\omega)}{(0.16\omega^2+1)(0.0025\omega^2+1)(2.25\omega^2+1)},$$

$$W(i\omega) = \frac{-0.9i\omega^3 + 2.085\omega^2 + 5.85i\omega - 3}{(0.16\omega^2 + 1)(0.0025\omega^2 + 1)(2.25\omega^2 + 1)}$$

$$W(i\omega) = \frac{2.085\omega^2 - 3}{(0.16\omega^2 + 1)(0.0025\omega^2 + 1)(2.25\omega^2 + 1)} + i \frac{5.85\omega - 0.9\omega^3}{(0.16\omega^2 + 1)(0.0025\omega^2 + 1)(2.25\omega^2 + 1)}$$

Таким образом, передаточную функцию $W_E(i\omega)$ можно представить в виде комплексной функции:

$$W_E(i\omega) = \operatorname{Re}(\omega) + i \operatorname{Im}(\omega),$$

где $\operatorname{Re}(\omega) = \frac{2.085\omega^2 - 3}{(0.16\omega^2 + 1)(0.0025\omega^2 + 1)(2.25\omega^2 + 1)}$ – реальная часть функции

$\operatorname{Im}(\omega) = \frac{5.85\omega - 0.9\omega^3}{(0.16\omega^2 + 1)(0.0025\omega^2 + 1)(2.25\omega^2 + 1)}$ – мнимая часть функции

Задаваясь различными значениями, ω построим годограф $W_E(i\omega)$. Данные построения будем осуществлять средствами математического пакета Matlab, последовательность команд представлена далее:

- Задаем интервалы значений для ω и проводим конкатенацию интервалов:

```
>> l=0:0.05:6.5;
>> m=10:1000:1000000;
>> w=[l,m];
```

- Вводим формулы для вычисления числителя и знаменателя для реальной и мнимой части функции:

```
>> a=3-2.085.*w.^2;
>> b=0.9.*w.^3-5.85.*w;
>> w=(0.16.*w.^2+1).*(0.0025.*w.^2+1).*(2.25.*w.^2+1);
```

- Вводим формулы для реальной и мнимой части функции и строим годограф с помощью функции `plot()`:

```

>> re=a./q;
>> im=b./q;
>> plot (re,im)

```

Полученный в результате годограф представлен на рис. 2. 9.

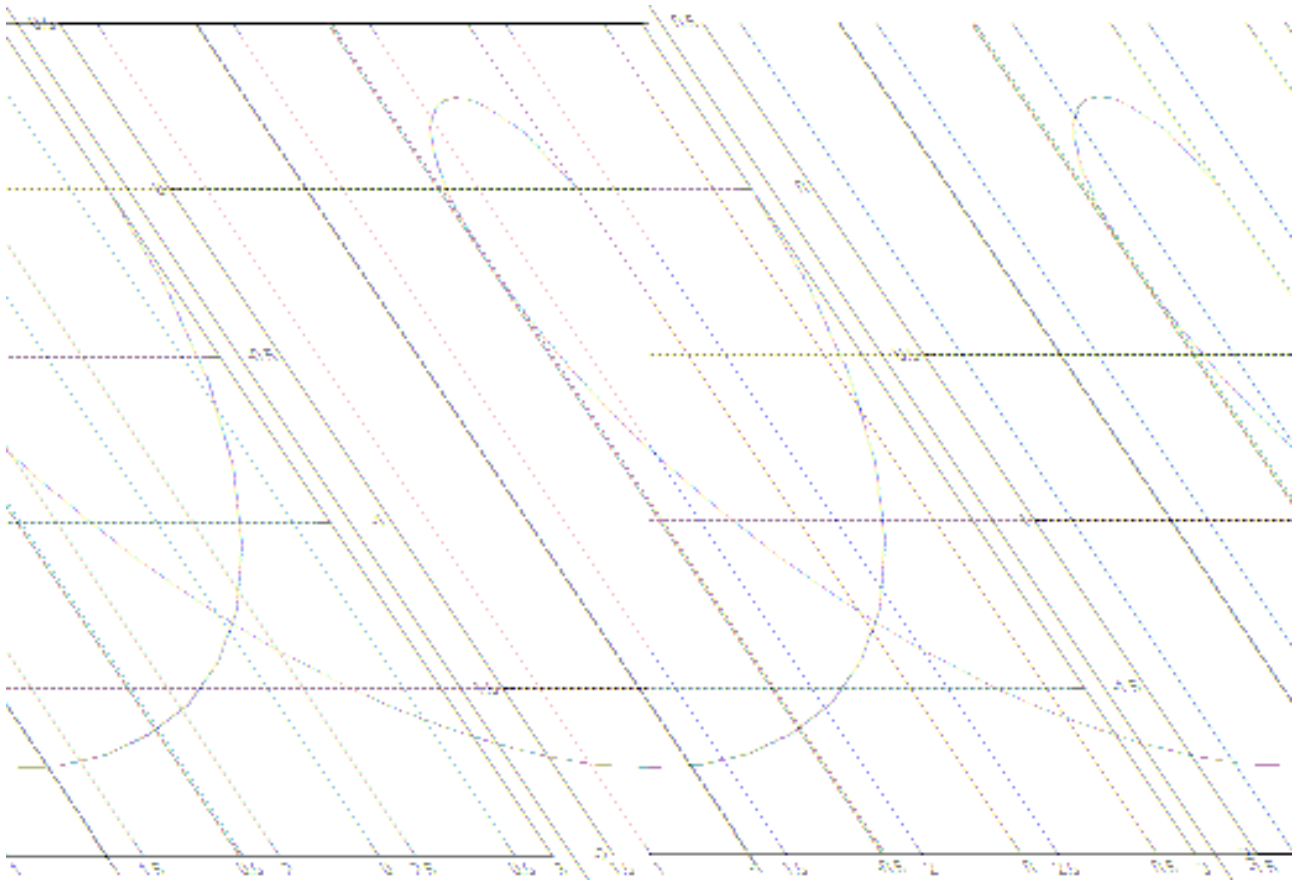


Рис. 2. 9 Годограф линейной части передаточной функции

Передаточная функция нелинейной составляющей САР может быть представлена в виде:

$$W_n(A) = g(A) + jg'(A),$$

где функции $g(A)$ и $g'(A)$ – коэффициенты гармонической линейризации

Для нелинейности типа усилитель с насыщением они определяются по следующим формулам:

$$g(A) = \frac{2K}{\pi} \left(\arcsin \frac{B}{A} + \frac{B}{A} \sqrt{1 - \frac{B^2}{A^2}} \right) \text{ и } \delta \text{ è } A \geq B, K = \frac{c}{B};$$

$$g'(A) = 0$$

Для нашей конкретной нелинейности они примут следующие значения:

$$g(A) = \frac{2 \cdot 0.1}{\pi} \left(\arcsin \frac{2.5}{A} + \frac{2.5}{A} \sqrt{1 - \frac{6.25}{A^2}} \right)$$

$$g'(A) = 0$$

Для определения устойчивости системы с нелинейной частью требуется, чтобы характеристическое уравнение системы имело следующий вид:

$$W_n(A) W_n(j\omega) + 1 = 0$$

Для графического решения вопроса удобнее использовать следующий вид характеристического уравнения:

$$W_e(j\omega) = -\frac{1}{W_n(A)}$$

Так как годограф $W_e(i\omega)$ мы построили во 2-ом пункте, то остается построить годограф $-\frac{1}{W_n(A)}$ и определить пересекаются ли они или нет.

Для построения годографа будем, как и в пункте 2 использовать математический пакет MATLAB:

- Определим интервал значений для A

```
>> na=2.5:0.5:60;
```

```
>> nb=10:1000:50000;
```

```
>> nc=[na,nb];
```

- Введем выражение для коэффициентов гармонической линеаризации в соответствии с нашим типом нелинейности:

```
>> g=0.2/3.14.*(asin(2.5./nc)+2.5./nc.*sqrt(1-6.25./(nc.^2)));
```

- Введем выражения для реальной и мнимой частей годографа:

```
>> ren=-1./g;
```

```
>> imn=0.*nc;
```

Построим годограф на том же графике, что и АФЧХ линейной части САР и определим наличие или отсутствие точек пересечения годографов

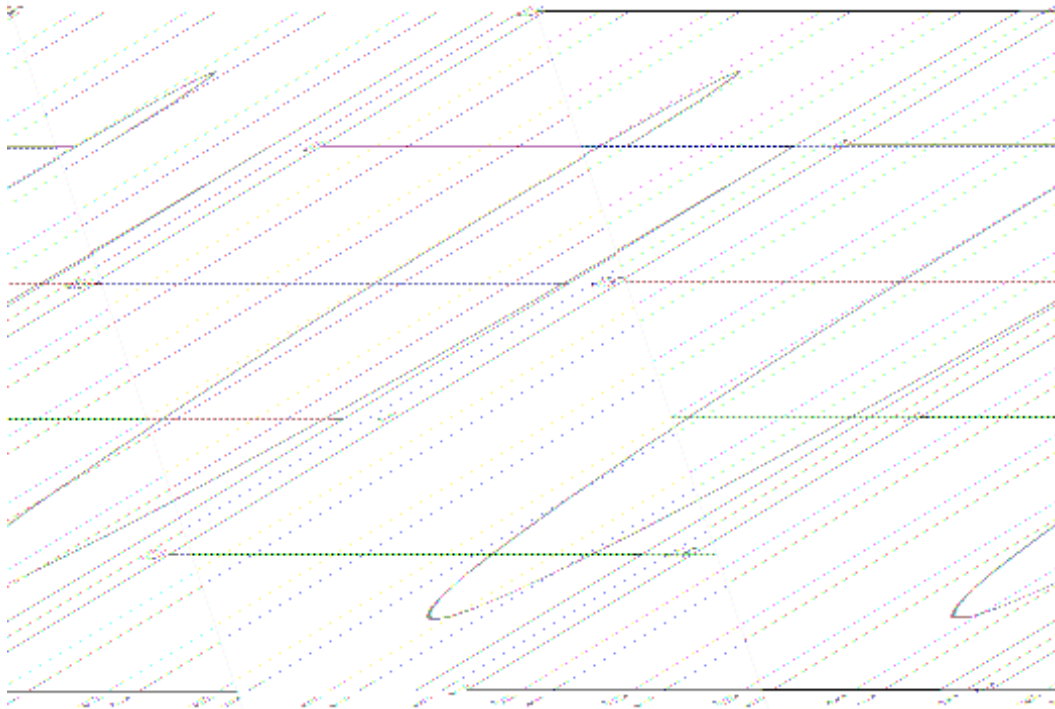


Рис. 2. 10. Графическое решение характеристического уравнения

Из рис. 2. 10 следует, что годографы не пересекаются в одной точке, что свидетельствует об отсутствии в системе автоколебаний.

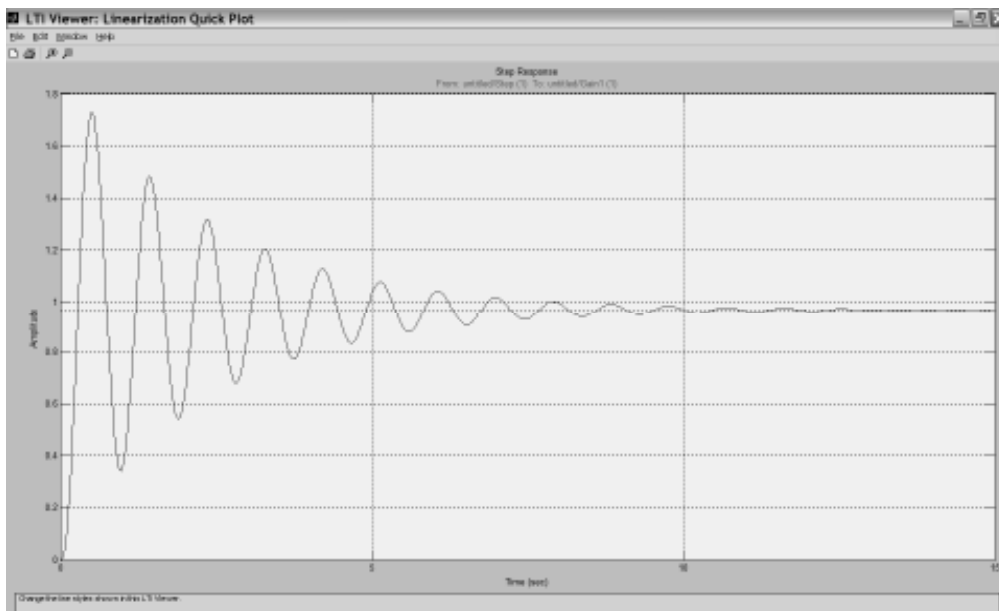


Рис. 2. 11. Переходный процесс в САУ

Часть 3

Исследование САУ на предмет чувствительности и оптимальности.

3. 1. Оптимизация САУ с помощью методов принятия решений

Выбор структуры и параметров САУ определяет ее динамические свойства. Устойчивость системы является, как правило, необходимым, но далеко недостаточным условием для того, чтобы система выполняла свое назначение. Возникает задача обеспечения не только устойчивости, но и надлежащего качества САУ и, более того, наилучшего (оптимального) в том или ином смысле, режима функционирования. Такая задача может быть названа задачей оптимизации.

Постановка задачи на оптимизацию и ее решение включает в себя ряд этапов:

- выбор и обоснование цели оптимизации;
- согласование цели с имеющимися возможностями, т.е. учет ограничений;
- реализация способа достижения цели (экспериментального значения критерия качества) при учете ограничений.

Выбор и обоснование цели оптимизации предусматривают определение критериев качества (целевых функций), которые наиболее полно отражали бы цели оптимизации. Этот этап является одним из основных, так как от правильности выбора критерия качества зависит решение задачи в целом.

Второй этап решения задачи связан с определением ограничений, которые должны учитываться в процессе оптимизации. Смысл этого этапа заключается в том, что часто качество системы характеризуется не одним, а группой показателей качества, поэтому если система оптимизируется по одному показателю качества, то другие могут достичь такой величины. Следовательно, если выбран какой-либо параметр системы как критерий качества, то на другие показатели качества и варьируемые параметры накладываются ограничения.

При реализации третьего этапа применяется тот или иной метод оптимизации, обеспечивающий решение поставленной задачи – достижение экстремального значения критерия качества при учете ограничений.

В данной работе для выполнения первого этапа задачи оптимизации предлагается выбрать следующие критерии качества:

- время переходного процесса,
- максимальное значение управляющего воздействия,
- статическая ошибка,
- количество колебаний и
- запасы устойчивости по амплитуде и по фазе.

Для выполнения второго этапа: на показатели качества и варьируемые параметры предлагается наложить ограничения в пределах 20%, т. е. изменить коэффициент передаточной функции и время переходного процесса на 20% в большую и меньшую стороны, и проследить влияние этих изменений на критерии качества САУ.

Выбор метода оптимизации зависит, в основном, от вида функции качества, которая в свою очередь определяется особенностями объекта оптимизации: его сложностью, структурой, математическим описанием объекта, наличием априорных данных об объекте.

3. 2. Порядок сравнения

Предположим задана САУ, структурная схема которой приведена на рис.3.1.

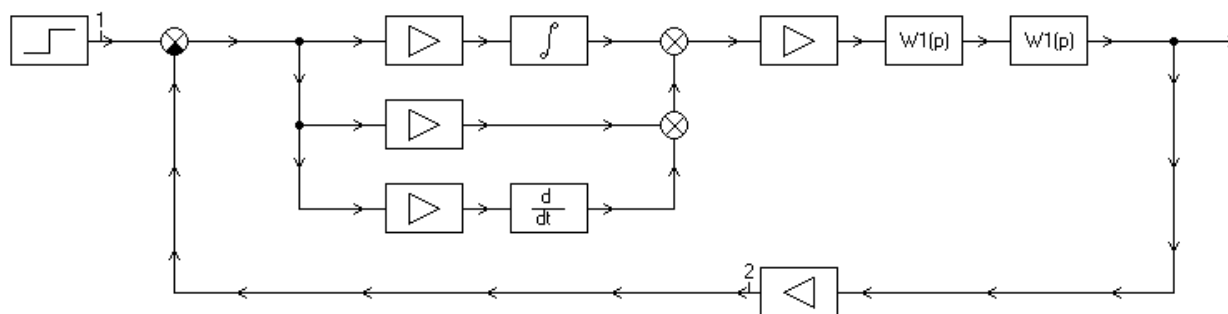


Рис. 3. 1. Структурная схема САУ с ПИД-регулятором.

Передаточные функции:

$$W_1(p) = \frac{K_1}{T_1 p + 1}$$

$$W_2(p) = \frac{K_2}{T_2 p + 1}$$

$$W_3(p) = K_3$$

$$W_4(p) = K_4$$

Где $K_1 = 3.14$, $K_2 = 0.0004$, $K_3 = 5$, $K_4 = 0.064$, $T_1 = 0.1$, $T_2 = 0.28$

Предположим, что в системе могут быть изменены K_2 и T_2 в пределах 20% (табл.3. 1).

Таблица 3.1

	$W_{исх}$	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
K_2	0,0004	0,005	0,0003	0,0003	0,0005	0,00035
T_2	0,28	0,23	0,35	0,23	0,35	0,32

Построим графики переходного процесса и годограф $V(U)$ (см. рис.3.2 3.3) и по ним определим показатели качества САУ, которые заносим в табл. 3.2.

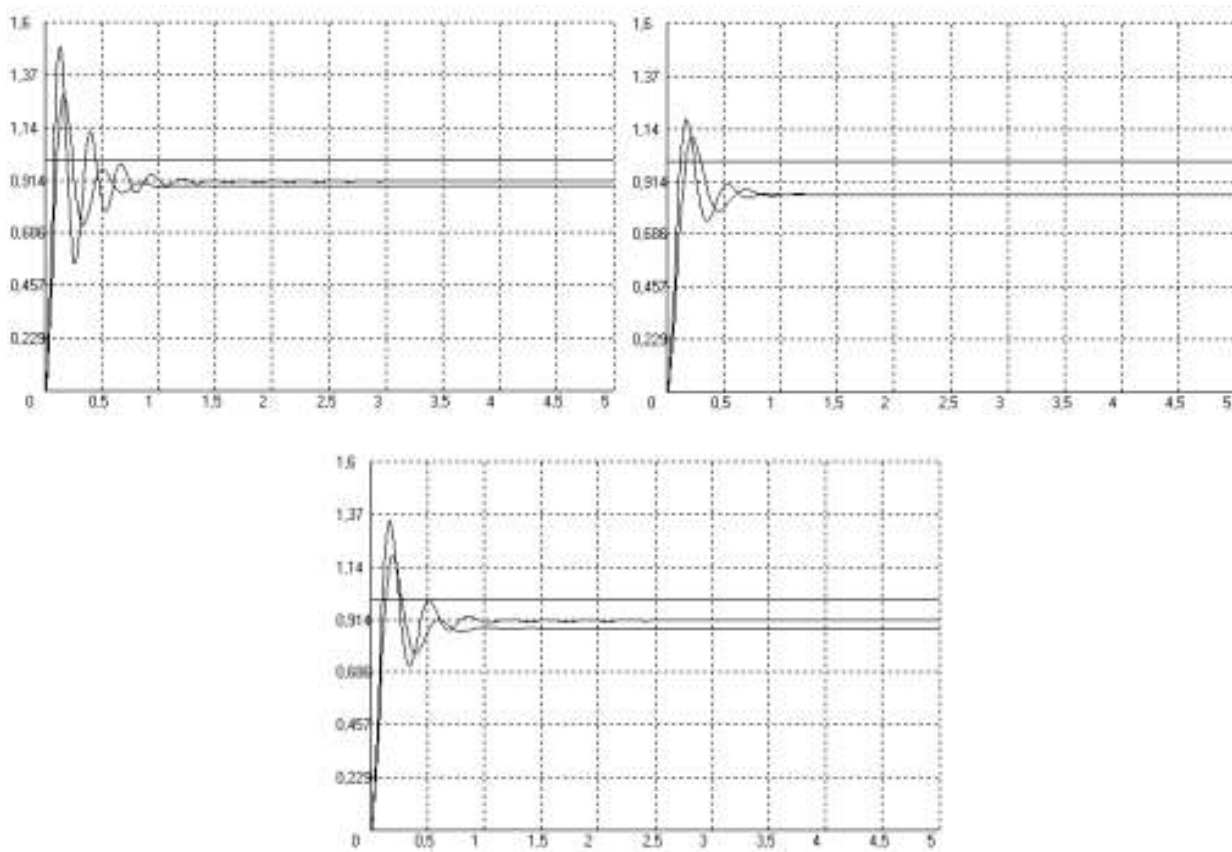


Рис. 3. 2. Графики переходного процесса

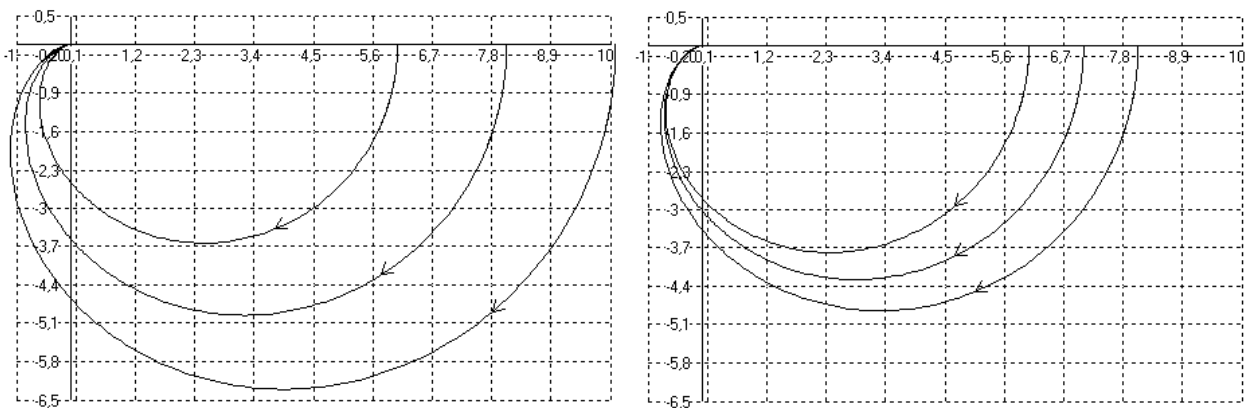


Рис. 3.3. Годограф $V(U)$

Таблица 3.2

	$W_{исх}$	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	→
$t_{пер}$	0,086	0,069	0,120	0,086	0,086	0,103	min
h_{max}	1,288	1,498	1,106	1,187	1,343	1,193	min
$\Delta ст$	0,111	0,091	0,142	0,142	0,091	0,124	min
m	6	10	4	5	6	4	min
ΔA	0,925	0,921	0,970	0,943	0,996	0,945	max
$\Delta \phi$	52	40	60	55	50	55	max

У нас появился набор вариантов САУ с различными показателями качества, некоторые из которых требуется минимизировать, а другие максимизировать. Попробуем выбрать наилучший вариант с помощью алгоритма Подиновского.

Для данного метода необходимо выполнить первичную нормализацию, для максимального значения выбираем 1, а для минимального – 0

$$K_i^{\overline{}}(u) = \frac{K_i(u) - \min(K_i(u))}{\max(K_i(u)) - \min(K_i(u))} \rightarrow \max; \quad (1)$$

$$K_j^{\overline{}}(u) = \frac{-K_j(u) - \min(-K_j(u))}{-\max(K_j(u)) - \min(-K_j(u))} \rightarrow \min$$

Таким образом, для соответствующих характеристик значения $K_i^{\overline{}}(u)$ и $K_j^{\overline{}}(u)$ будут:

а) для времени переходного процесса $t_{пер}$

$$K_0 = \frac{-0,086 - (-0,069)}{-0,12 - (-0,069)} = 0,333; \quad K_1 = 0; \quad K_2 = 1; \quad K_3 = K_4 = 0,333;$$

$$K_5 = \frac{-0,103 - (-0,069)}{-0,12 - (-0,069)} = 0,666$$

б) для максимального значения управляемой величины h_{\max}

$$K_0 = \frac{-1,288 - (-1,106)}{-1,498 - (-1,106)} = 0,464; \quad K_1 = 1; \quad K_2 = 0; \quad K_3 = \frac{-1,187 - (-1,106)}{-1,498 - (-1,106)} = 0,207;$$

$$K_4 = \frac{-1,343 - (-1,106)}{-1,498 - (-1,106)} = 0,605; \quad K_5 = \frac{-1,193 - (-1,106)}{-1,498 - (-1,106)} = 0,222$$

в) для статической ошибки Δst

$$K_0 = \frac{-0,111 - (-0,091)}{-0,142 - (-0,091)} = 0,392; \quad K_1 = 0; \quad K_2 = K_3 = 1; \quad K_4 = 0;$$

$$K_5 = \frac{-0,124 - (-0,091)}{-0,142 - (-0,091)} = 0,647$$

г) для количества колебаний m

$$K_0 = \frac{-6 - (-4)}{-10 - (-4)} = 0,333; \quad K_1 = 1; \quad K_2 = 0; \quad K_3 = \frac{-5 - (-4)}{-10 - (-4)} = 0,167;$$

$$K_4 = 0,333; \quad K_5 = 0$$

д) для запаса устойчивости по амплитуде ΔA

$$K_0 = \frac{0,925 - 0,921}{0,996 - 0,921} = 0,053; \quad K_1 = 0; \quad K_2 = \frac{0,970 - 0,921}{0,996 - 0,921} = 0,653;$$

$$K_3 = \frac{0,943 - 0,921}{0,996 - 0,921} = 0,293; \quad K_4 = 1; \quad K_5 = \frac{0,945 - 0,921}{0,996 - 0,921} = 0,320$$

е) для запаса устойчивости по фазе $\Delta \varphi$

$$K_0 = \frac{52 - 40}{60 - 40} = 0,6; \quad K_1 = 0; \quad K_2 = 1; \quad K_3 = \frac{55 - 40}{60 - 40} = 0,75;$$

$$K_4 = \frac{50-40}{60-40} = 0,5; \quad K_5 = 0,75$$

По полученным данным составляем таблицу 3.3. Обозначим $W_{исх} - c$, $W_1 - e$, $W_2 - f$, $W_3 - g$, $W_4 - h$, $W_5 - l$.

Таблица 3.3

	Вес α	c	e	f	g	h	l
$t_{неp}$	4	0,333	0	1	0,333	0,333	0,666
h_{max}	1	0,464	1	0	0,207	0,605	0,222
$\Delta ст$	3	0,392	0	1	1	0	0,647
m	1	0,333	1	0	0,167	0,333	0
ΔA	2	0,053	0	0,653	0,293	1	0,320
$\Delta \varphi$	2	0,600	0	1	0,750	0,500	0,750

Оцениваем, есть ли сравнимые варианты. Для этого формируем вектор T оцифрованных значений в данной таблице.

$T (c, e, f, g, h, l) = (1; 0,750; 0,666; 0,653; 0,647; 0,605; 0,600; 0,500; 0,464; 0,392; 0,333; 0,320; 0,293; 0,222; 0,207; 0,167; 0,053; 0)$

Задается число d , которое меньше по своему значению любого критерия $d=0$ и результаты заносим в табл. 4.

Таблица 4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$T =$	1	0,75	0,666	0,653	0,647	0,605	0,6	0,5	0,464	0,392	0,333	0,32	0,293	0,222	0,207	0,167	0,053	0
c	0	0	0	0	0	0	1	1	2	3	5	5	5	5	5	5	6	6
e	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	6
f	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	6
g	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	4	4	5	6	6	6
h	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	5	5	5	5	5	5	5	6
l	0	1	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5	6

По таблице 4 можно предварительно проверить сравнимость вариантов, в данном случае могут быть сравнимы: $e < f$, т.е. $W_1 < W_2$.

Не сравнимы: c и e ; c и f ; c и g ; c и h ; c и l ; e и g ; e и h ; e и l ; f и g ; f и h ; f и l ; g и h ; g и l ; h и l .

Назначим веса важности критериев. В качестве главного критерия назначаем время переходного процесса, который оказывает влияние на производительность сушилки. Чем меньше время переходного процесса, тем большее количество шпона мы сможем высушить. Назначаем ему вес 4. Величина статической ошибки обеспечивает точность САУ, поэтому ее вес 3. Запасы устойчивости по амплитуде и по фазе имеют одинаковый вес, равный 2 и показывают насколько далеко от границы устойчивости находится система. Перерегулирование и колебательность имеют вес 1.

$$h_{\max} = m: \alpha = 1$$

$$\Delta A = \Delta \varphi: \alpha = 2$$

$$\Delta_{\text{ст}}: \alpha = 3$$

$$t_{\text{пер}}: \alpha = 4$$

Далее соединяем вершины графа стрелками, которые проводим от вершины с большим значением веса к вершинам с меньшим значением.

Поэтому получаемый граф будет ориентированным.

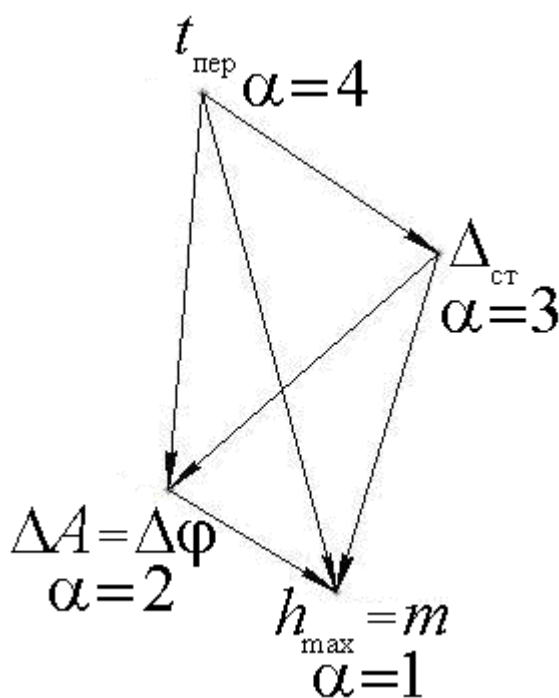


Рис. 4. Ориентированный граф

7. После формирования вектора T и числа d , находятся n векторов $L^j(u)$

$$L_i^j = \begin{cases} \alpha_i, & \text{если } K_i(u) \geq t; & i = \overline{1, m} \\ d, & \text{если } K_j(u) < t & j = \overline{1, n} \end{cases}$$

Проверим варианты, которые могут быть сравнены e и f.

$$\begin{aligned}
 \alpha^1(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^2(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^3(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^4(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^5(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^6(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^7(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^8(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^9(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{10}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{11}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{12}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{13}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{14}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{15}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{16}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{17}(e) &= (0; 1; 0; 1; 0; 0) \Rightarrow (0; 0; 0; 0; 1; 1) \\
 \alpha^{18}(e) &= (4; 1; 3; 1; 2; 2) \Rightarrow (1; 1; 2; 2; 3; 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha^1(f) &= (4; 0; 3; 0; 0; 2) \Rightarrow (0; 0; 0; 2; 3; 4) \\
 \alpha^2(f) &= (4; 0; 3; 0; 0; 2) \Rightarrow (0; 0; 0; 2; 3; 4) \\
 \alpha^3(f) &= (4; 0; 3; 0; 0; 2) \Rightarrow (0; 0; 0; 2; 3; 4) \\
 \alpha^4(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^5(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^6(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^7(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^8(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^9(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{10}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{11}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{12}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{13}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{14}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{15}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{16}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{17}(f) &= (4; 0; 3; 0; 2; 2) \Rightarrow (0; 0; 2; 2; 3; 4) \\
 \alpha^{18}(f) &= (4; 1; 3; 1; 2; 2) \Rightarrow (1; 1; 2; 2; 3; 4)
 \end{aligned}$$

Производим покомпонентное сравнение упорядоченных векторов для всех j .

В случаях c и e ; c и f ; c и g ; c и h ; c и l ; e и g ; e и h ; e и l ; f и g ; f и h ; f и l ; g и h ; g и l ; h и l неравенства меняют свое направление, таким образом, эти оценки несравнимы.

Направление всех неравенств сохраняется только в случае $e < f$. Из этого делаем вывод, что $W_1 < W_2$.

Сравним оставшиеся варианты с помощью лексографического алгоритму

На критерии накладываются ограничения, но они носят субъективный характер, поэтому в процессе решения могут изменяться. В процессе принятия решения вводится понятие функции невязки.

$$\begin{aligned} \varphi_1(u) &= \min\{0; K_i(u) - K_i\} \\ \varphi_2(u) &= \sum_{i=1}^m \min\{0; K_i(u) - K_i\} \end{aligned} \quad (3)$$

Физически первая функция показывает критерии, которые дают наибольшее отклонение. Вторая функция показывает суммарную величину нарушения.

Назначаем ограничения на все критерии:

- для времени переходного процесса $t_{пер}$: не менее $0,069 = K_1$
- для max значения управляемой величины h_{max} : не менее $1,2 = K_2$
- для статической ошибки $\Delta ст$: не менее $0,091 = K_3$
- для колебательности m : не менее $4 = K_4$
- для запаса устойчивости по амплитуде ΔA : не менее $0,94 = K_5$
- для запаса устойчивости по фазе $\Delta \varphi$: не менее $52 = K_6$

$$K_1 \geq 0,1; K_2 \geq 1,2; K_3 \geq 0,12; K_4 \geq 6; K_5 \geq 0,94; K_6 \geq 52$$

$$K_1(u) - 0,1 \geq 0; K_2(u) - 1,2 \geq 0; K_3(u) - 0,12 \geq 0; K_4(u) - 6 \geq 0; K_5(u) - 0,94 \geq 0;$$

$$K_6(u) - 52 \geq 0$$

Ограничения необходимо нормализовать так же, как и критерии по формулам 1 и результаты заносим в табл. 3.5.

Таблица 3.5

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	φ_1	φ_2
c	-0,017	0,224	0,392	0,333	-0,2	0	-0,2	-0,217
e	0	0,760	0	1	-0,253	-0,6	-0,6	-853
f	1	-0,239	1	0	0,4	0,4	-0,239	-0239
g	-0,017	-0,033	1	0,166	0,04	0,15	-0,033	-0,05
h	-0,017	0,364	0	0,333	0,746	-0,1	-0,1	-0,117
l	0,666	-0,017	0,647	0	0,066	0,15	-0,017	-0,117

$$K_1(\overline{u}) - 0,017 \geq 0; K_2(\overline{u}) - 0,239 \geq 0; K_3(\overline{u}) \geq 0; K_4(\overline{u}) \geq 0; K_5(\overline{u}) - 0,253 \geq 0; \\ K_6(\overline{u}) - 0,6 \geq 0$$

Получаем наибольшую ошибку у 2-го варианта (*e*), который уже по сути исключен. Однако по этой таблице видно, что мы не можем сделать окончательного вывода – все варианты имеют отрицательное значение невязки. Поэтому вводим новые ограничения, и производим сравнение с более мягкими условиями.

Введем новые ограничения, и заполняем табл. 3.6, аналогично табл. 3.5.:

$$K_1 - 0,017 + 0,017 \geq 0 \Rightarrow K_1 \geq 0$$

$$K_2 - 0,239 + 0,017 \geq 0 \Rightarrow K_2 - 0,222 \geq 0$$

$$K_3 \geq 0$$

$$K_4 \geq 0$$

$$K_5 - 0,253 + 0,2 \geq 0 \Rightarrow K_5 - 0,053 \geq 0$$

$$K_6 - 0,6 + 0,1 \geq 0 \Rightarrow K_6 - 0,5 \geq 0$$

Таблица 6

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	φ_1	φ_2
c	0	0,241	0,392	0,333	0	0,1	0	0
e	0	0,777	0	1	-0,053	-0,5	-0,5	-0,553
f	1	-0,222	1	0	0,6	0,5	-0,222	-0,222
g	0	-0,016	1	0,166	0,24	0,25	-0,016	-0,016
h	0	0,381	0	0,333	0,946	0	0	0
l	0,683	0	0,647	0	0,266	0,25	0	0

Вычеркиваем *e*, *f* и *g* стратегии. Следовательно, альтернативные стратегии *c*, *h* и *l*. Из оставшихся трех стратегий выбираем по методу главного критерия стратегию *l*, т.к. главным критерием при оценки системы управления было выбрано время переходного процесса (т.е. f_1) и ее значение максимальное $f_1 = 0,683$. Оптимальные настройки САУ были получены при уменьшении коэффи-

циента передачи объекта на 12,5% и увеличении постоянной времени на 12,5% от исходных данных.

3.3. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ САУ

Функции чувствительности (ФЧ) используются для количественной оценки отклонения передаточной функции системы от номинальной при изменении параметров того или иного элемента системы. Для проектировщиков систем управления особый интерес представляет чувствительность передаточной функции САУ к изменению параметров объекта управления.

Пусть есть структурная схема САУ с обратной связью (рис. 3.1.), для простоты объединим цепочку управления с объектом управления и обозначим передаточной функцией.

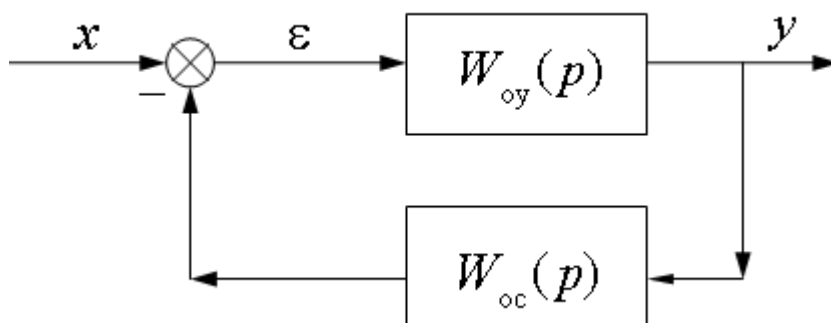


Рис. 3.1. Структурная схема САУ с обратной связью

$$W_{oy}(p) = \frac{y}{\varepsilon}$$

$$W_{oc}(p) = \frac{\varepsilon}{y}$$

$$\Phi(p) = \frac{y}{x} = \frac{W_{oy}(p)}{1 + W_{oc}(p) * W_{oy}(p)}$$

Чувствительность САУ с обратной связью относительно вариации объекта управления определяется по формуле:

$$S = \frac{d(y/x)/(y/x)}{d(\varepsilon/x)/\varepsilon/x}$$

$$S = \frac{d\left(\frac{W_{oy}}{1 + W_{oy}W_{oc}}\right) / \left(\frac{W_{oy}}{1 + W_{oy}W_{oc}}\right)}{dW_{oy}/W_{oy}} = \frac{d\Phi/\Phi}{dW_{oy}/W_{oy}}$$

Здесь W_{oy} / W_{oy} – бесконечное изменение, ведущее к изменению, так же малому $d\Phi/\Phi$.

Сделаем преобразование в формуле (5) и вычислим производные:

$$S = \frac{W_{oy}' * \left(\frac{W_{oy}}{1 + W_{oy}W_{oc}} \right)'}{W_{oy}' * \left(\frac{W_{oy}}{1 + W_{oy}W_{oc}} \right)} = \frac{W_{oy}' * \left(\frac{(W_{oy}W_{oc} + 1)W_{oy}' - W_{oy}(1 + W_{oy}W_{oc})'}{(1 + W_{oy}W_{oc})^2} \right)^2}{\frac{W_{oy}}{1 + W_{oy}W_{oc}} * W_{oy}'} =$$

$$= \frac{W_{oy}' * \frac{W_{oy}' * ((W_{oy}W_{oc} + 1) * 1 - W_{oy}(0 + W_{oc}' * 1))}{(1 + W_{oy}W_{oc})^2}}{\frac{W_{oy}' * 1}{1 + W_{oy}W_{oc}}} =$$

$$= \frac{(W_{oy}W_{oc} + 1 - W_{oy}W_{oc})(1 + W_{oy}W_{oc})W_{oy}'}{(W_{oy}W_{oc} + 1)^2 * W_{oy}'} = \frac{1}{W_{oy}W_{oc} + 1}$$

$$S_{oy} = \frac{1}{W_{oy}W_{oc} + 1}$$

что в свое время показал Гарольд Блек [3]

$$S = \frac{1}{F}$$

где:

$$F = 1 + W_{oy}W_{oc}$$

F-называется возвратная разность.

Из предпоследней формулы видно, что чем больше $W_{oy}W_{oc}$, тем чувствительность САУ к изменениям внутри ОУ меньше.

Аналогичный результат можно получить и для чувствительности САУ к изменению в обратной связи.

Пусть чувствительность некоторой функции f к вариации параметра par . выражена в функцию чувствительности.

$$S = \frac{df / f}{dpar / par} = \frac{df}{dpar} * \frac{par}{f}$$

$$S = \frac{df}{dpar} * \frac{par}{f}$$

тогда, если параметр не один

и формула для абсолютного изменения f будет иметь вид:

$$\Delta f = \sum_{j=1}^n \frac{df}{dpar} * \Delta par_j = f - \delta f$$

$$\delta f = \frac{\Delta f}{f} = \sum_{j=1}^n S \delta par_j$$

где:

$$\delta par_j = \frac{\Delta par_j}{par_j}$$

пусть,

$$f = \Phi(p) = \frac{W_{oy}}{1 + W_{oy}W_{oc}}$$

Тогда формула для вариации W_{oy} и W_{oc} будет иметь вид:

$$S = \frac{par}{W_{oy}(1 + W_{oy}W_{oc})} * \frac{\partial W_{oy}}{\partial par} - \frac{W_{oy} * par}{1 + W_{oy}W_{oc}} * \frac{\partial W_{oc}}{\partial par}$$

Если мы возьмем $par = W_{oy}$, то мы получим результат аналогичный полученному ранее:

$$S_{oy} = \frac{1}{W_{oy}W_{oc} + 1},$$

если $par = W_{oc}$ то получим:

$$S_{oc} = -\frac{W_{oy}W_{oc}}{1 + W_{oy}W_{oc}}$$

Из формул видно, что при больших $F=1+W_{oc}W_{oy}$

$$S_{oy} = -\frac{1}{W_{oy}W_{oc}} \rightarrow 0$$

$$S_{oc} \rightarrow -1$$

На практике это выражается в увеличении коэффициента усиления.

В [3] показано, что данные формулы применимы для параметров, которые меняются в пределах $\pm 30\%$, для больших вариаций, которые трудно назвать малыми используются понятие чувствительность Горовица.

$$S_{zop} = \frac{\Delta\Phi/\Phi_0}{\Delta W_{oy}/W_{oy_0}} = \frac{\Delta(y/x)/(y/x)}{\Delta W_{oy}/W_{oy_0}}$$

здесь:

$$W_{oy} = W_{oy_0} + \Delta W_{oy}$$

состояние ОУ во время внутреннего возмущения,

x – неизменно $x = x_0$, а $y = y_0 + \Delta y$ измененные выходные параметры

$$S_{zop} = \frac{1}{(W_{oy_0} \Delta W) * W_{oc} + 1}$$

В общем виде можно показать влияние любого, либо всех параметров (усиления, колебательности, запаздывания, постоянных времени) на поведение САУ. В какой то степени введение ФЧ делает задачу похожую на систему с переменными параметрами.

3. 4. Расчет чувствительности частотных характеристик

Чувствительность автоматических систем характеризует влияние изменений параметров элементов на их свойства. Вариации элемента автоматической системы приводит к изменению его передаточной функции, а это в свою очередь вызывает изменение передаточной функции всей замкнутой автоматизированной системы, а значит, в конечном итоге, и изменение величин, характеризующих ее состояние.

Расчет чувствительности частотных характеристик дает нам возможность рассмотреть годограф системы не как линию с точечными значениями, а как фигуру, лежащую в плоскости и имеющую некую площадь. Фигура образуется при расчете функции чувствительности частотных характеристик за счет положительного и отрицательного отклонения от исходного значения.

Сейчас мы рассмотрим пример расчета функции чувствительности для частотных характеристик:

Предположим, функция системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

где: $K=1,24$

$T_1=0,28$

$T_2=0,1$

После подстановки $j\omega$ запишем выражения амплитудной и фазовой частотных характеристик.

Амплитуда

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{T_1^2 \omega^2 + 1} \cdot \sqrt{T_2^2 \omega^2 + 1}}$$

Фаза

$$\psi(\omega) = -\arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2) = -\arctg\left(\frac{\omega(T_1 + T_2)}{1 - \omega^2 T_1 T_2}\right)$$

Найдем отклонения частотных характеристик для некоторой частоты.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$$

Принимаем $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$ и вычисляем функцию чувствительности.

Определим функция чувствительности амплитуды. Для этого нам необходимо рассчитать числовое значение амплитуды в данной точке. Затем дифференцировать модуль частной передаточной функции.

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2} + 1} \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1} + 1}} = \frac{1,24}{\sqrt{\frac{0,28}{0,1} + 1} \cdot \sqrt{\frac{0,1}{0,28} + 1}} = 0,546$$

$$U_{A1} = \frac{dA(\omega)}{K} = \frac{1}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2} + 1} \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{0,28}{0,1} + 1} \cdot \sqrt{\frac{0,1}{0,28} + 1}} = 0,44$$

$$\begin{aligned} U_{A2} &= \frac{dA(\omega)}{T_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\sqrt{\left(\frac{T_1}{T_2} + 1\right)^3} \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1} + 1} \cdot T_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1} + 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_1}{T_2} + 1\right)^3} \cdot T_1^2} = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1,24}{\sqrt{\left(\frac{0,28}{0,1} + 1\right)^3} \cdot \sqrt{\frac{0,1}{0,28} + 1} \cdot 0,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1,24}{\sqrt{\frac{0,1}{0,28} + 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,28}{0,1} + 1\right)^3} \cdot 0,28^2} = -0,462 \end{aligned}$$

$$U_{A2} = \frac{dA(\omega)}{T_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\sqrt{\left(\frac{T_1}{T_2} + 1\right)^3} \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1} + 1}} \cdot \frac{T_1}{T_2^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2} + 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_2}{T_1} + 1\right)^3} \cdot T_1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1,24}{\sqrt{\left(\frac{0,28}{0,1} + 1\right)^3} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,1}{0,28} + 1\right)}} \cdot \frac{0,28}{0,1^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1,24}{\sqrt{\left(\frac{0,28}{0,1} + 1\right)} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,1}{0,28} + 1\right)^3} \cdot 0,28} = 1,293$$

Получим значения отклонения амплитуды в виде среднеквадратичного отклонения.

Расчет производим для 10% разброса параметров системы .

$$\begin{aligned} \Delta A(\omega) &= \sqrt{(U_{A1} \cdot 1,24 \cdot 0,1)^2 + (U_{A2} \cdot 0,28 \cdot 0,1)^2 + (U_{A3} \cdot 0,1 \cdot 0,1)^2} = \\ &= \sqrt{(0,44 \cdot 0,124)^2 + (-0,462 \cdot 0,028)^2 + (1,293 \cdot 0,01)^2} = \pm 0,058 \end{aligned}$$

Таким образом, в рассматриваемой нами точке амплитуда будет равна

$$A(\omega) = 0,546 \pm 0,058$$

Определим функцию чувствительности для фазы.

Расчет чувствительности по фазе проводится аналогично расчету чувствительности по амплитуде.

$$\begin{aligned} \psi(\omega) &= -\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{T_1 \cdot T_2}} \cdot T_1\right) - \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{T_1 \cdot T_2}} \cdot T_2\right) \\ U_{\psi 1} &= \frac{d\psi(\omega)}{T_1} = -\frac{\left(\frac{-1}{2 \cdot \sqrt{(T_1 \cdot T_2)^3}} \cdot T_1 \cdot T_2 + \frac{1}{\sqrt{T_1 \cdot T_2}}\right)}{\frac{T_1}{T_2} + 1} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(T_1 \cdot T_2)^3}} \cdot \frac{T_2^2}{T_1} = \\ &= -\frac{\left(\frac{-1}{2 \cdot \sqrt{(0,28 \cdot 0,1)^3}} \cdot 0,28 \cdot 0,1 + \frac{1}{\sqrt{0,28 \cdot 0,1}}\right)}{\frac{0,28}{0,1} + 1} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(0,28 \cdot 0,1)^3}} \cdot \frac{0,1^2}{0,28} = 0 \\ U_{\psi 2} &= \frac{d\psi(\omega)}{T_2} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(T_1 \cdot T_2)^3}} \cdot \frac{T_1^2}{T_2} - \frac{\left(\frac{-1}{2 \cdot \sqrt{(T_1 \cdot T_2)^3}} \cdot T_1 \cdot T_2 + \frac{1}{\sqrt{T_1 \cdot T_2}}\right)}{\frac{T_2}{T_1} + 1} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{(0,28 \cdot 0,1)^3}} \cdot \frac{0,28^2}{0,1} - \frac{\left(\frac{-1}{2 \cdot \sqrt{(0,28 \cdot 0,1)^3}} \cdot 0,28 \cdot 0,1 + \frac{1}{\sqrt{0,28 \cdot 0,1}}\right)}{\frac{0,1}{0,28} + 1} = 0 \end{aligned}$$

Точка $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$ которую мы приняли для расчетов вычисляется теоретически, опираясь на заранее построенный годограф по частотному критерию устойчивости Найквиста (рис.3.2).

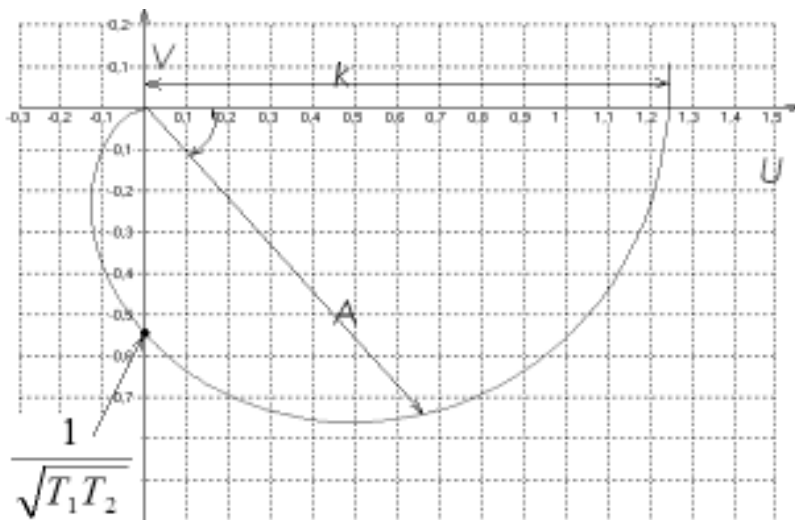


Рис. 3.2. Годограф по частотному критерию устойчивости Найквиста

Расчет чувствительности частотных характеристик рекомендовано проводить при помощи прикладной программы MATLAB. Дифференцирование в среде MATLAB осуществляется с помощью следующих команд:

```
syms s t
f = sin(s*t)
diff(f,t)
```

Часть 4

4. 1. Основы работы в MATLAB

4. 1. 1. Назначение системы MATLAB

MATLAB — одна из старейших, тщательно проработанных и проверенных временем систем автоматизации математических расчетов, построенная на расширенном представлении и применении матричных операций. Это нашло отражение в названии системы — MATrix LABoratory — матричная лаборатория. Применение матриц, как основных объектов системы, способствует уменьшению числа циклов, которые очень распространены при выполнении матричных вычислений на обычных языках программирования высокого уровня, и облегчению реализации параллельных вычислений.

Матрицы широко применяются в сложных математических расчетах, например, при решении задач линейной алгебры и математического моделирования статических и динамических систем и устройств. Они являются основой автоматического составления и решения уравнений состояния динамических объектов и систем. Примером программы, выполняющей это, может служить основное расширение MATLAB — Simulink. Оно существенно повышает интерес к системе MATLAB, вобравшей в себя лучшие достижения в области быстрого решения матричных задач.

4. 1. 2. Операции строчного редактирования

При работе с MATLAB в командном режиме действует простейший строчный редактор. Его команды перечислены в табл. 4.1.

Таблица 4.1 Команды строчного редактора MATLAB

Комбинация клавиш	Назначение
→ или Ctrl+b	Перемещение курсора вправо на один символ
← или Ctrl+f	Перемещение курсора влево на один символ
Ctrl+→ или Ctrl+r	Перемещение курсора вправо на одно слово
Ctrl+← или Ctrl+l	Перемещение курсора влево на одно слово
Home или Ctrl+a	Перемещение курсора в начало строки
End или Ctrl+e	Перемещение курсора в конец строки
↑ и ↓- или Ctrl+p и Ctrl+n	Перелистывание предыдущих команд вверх или вниз для подстановки в строку ввода
Del или Ctrl+d	Стирание символа справа от курсора
← или Ctrl+h	Стирание символа слева от курсора
Ctrl+k	Стирание до конца строки
Esc	Очистка строки ввода

Ins	Включение/выключение режима вставки
PgUp	Перелистывание страниц сессии вверх
PgDn	Перелистывание страниц сессии вниз

4. 1. 3. Форматы чисел

Для установки определенного формата представления чисел используется команда

```
>> format name,
```

где name — имя формата. Для числовых данных name может быть следующим сообщением:

- **short** — короткое представление в фиксированном формате (5 знаков);
- **short e** — короткое представление в экспоненциальном формате (5 знаков мантиссы и 3 знака порядка);
- **long** — длинное представление в фиксированном формате (15 знаков);
- **long e** — длинное представление в экспоненциальном формате (15 знаков мантиссы и 3 знака порядка);
- **hex** — представление чисел в шестнадцатеричной форме;
- **bank** — представление для денежных единиц.

Для иллюстрации различных форматов рассмотрим вектор, содержащий два элемента-числа:

```
x=[4/3 1.2345e-6]
```

В различных форматах их представления будут иметь следующий вид:

```
format short      1.3333          0.0000
format short e    1.3333E+000      1.2345E-006
format long       1.333333333333338 0.000001234500000
format long e     1.333333333333338E+000 1.234500000000000E-006
format bank       1.33             0.00
```

Задание формата сказывается только на форме вывода чисел. Вычисления все равно происходят в формате двойной точности, а ввод чисел возможен в любом удобном для пользователя виде.

4.1. 4. Операторы и функции

Оператор — это специальное обозначение для определенной операции над данными — операндами. Например, простейшими арифметическими операторами являются знаки суммы +, вычитания −, умножения * и деления /.

Операторы используются совместно с операндами. Например, в выражении $2+3$ знак $+$ является оператором сложения, а числа 2 и 3 — операндами.

Следует отметить, что большинство операторов относится к матричным операциям, что может служить причиной серьезных недоразумений. Например, операторы умножения $*$ и деления $/$ вычисляют произведение и частное от деления двух массивов, векторов или матриц. Есть ряд специальных операторов, например оператор \backslash означает деление справа налево, а операторы $.*$ и $./$ означают соответственно поэлементное умножение и поэлементное деление массивов.

Следующие примеры поясняют сказанное на примере операций с векторами:

```
>> V1=[2 4 6 8], значения в скобках следует разделять пробелами.  
V1 =  
    2    4    6    8  
>> V2=[1 2 3 4]  
V2 =  
    1    2    3    4  
>> V1/V2  
ans =  
    2.0000  
>> V1.*V2  
ans =  
    2    8   18   32  
>> V1./V2  
ans =  
    2    2    2    2
```

Полный список операторов можно получить, используя команду `help ops`. Приведем начало обширного полного списка, содержащего арифметические операторы:

```
>> help ops  
Operators and special characters.  
Arithmetic operators.  
plus      - Plus                +  
uplus     - Unary plus          +  
minus     - Minus              -  
uminus    - Unary minus        -  
mtimes    - Matrix multiply     *  
times     - Array multiply      .*  
mpower    - Matrix power       ^
```

power	- Array power	.	^
mldivide	- Backslash or left matrix divide	\	
mrdivide	- Slash or right matrix divide	/	
ldivide	- Left array divide	.	\
rdivide	- Right array divide	.	/
kron	- Kronecker tensor product	kron	

4. 1. 5. Применение оператора : (двоеточие)

Очень часто необходимо произвести формирование упорядоченных числовых последовательностей. Такие последовательности нужны, например, для создания векторов со значениями абсциссы при построении графиков или при создании таблиц. Для этого в MATLAB используется оператор : (двоеточие) в виде:

Начальное_значение: Шаг: Конечное_значение

Данная конструкция порождает возрастающую последовательность чисел, которая начинается с начального значения, идет с заданным шагом и завершается конечным значением. Применение этой конструкции резко уменьшает потребность в задании программных циклов.

Если Шаг не задан, то он принимает значение 1. Если конечное значение указано меньшим, чем начальное значение, — выдается сообщение об ошибке.

Примеры применения оператора : даны ниже:

```
>> 1:6
ans =
    1    2    3    4    5    6
>> i=0:2:12
i =
    0    2    4    6    8   10   12
>> j=12:-2:2
j =
   12   10    8    6    4    2
>> V=0:pi/2:2*pi
V =
    0   1.5708   3.1416   4.7124   6.2832
```

4. 1. 6. Особенности матричных систем MATLAB

Ориентация на матричные операции

Напомним, что двумерный массив чисел или математических выражений принято называть *матрицей*. А одномерный массив называют *вектором*. Век-

торы могут быть двух типов: вектор-строка и вектор-столбец. Примеры векторов и матриц даны ниже:

[1 2 3 4] — Вектор-строка из 4 элементов.

$\begin{bmatrix} 1, 2, 3, 4 \\ 5, 6, 7, 8 \\ 9, 8, 7, 6 \end{bmatrix}$ — Матрица размера 3x4.

$\begin{bmatrix} a, a + b, a + b / d \\ x, x * y, z \\ 1, 2, 3 \end{bmatrix}$ — Матрица с элементами разного типа.

Векторы и матрицы характеризуются *размерностью* и *размером*. Размерность определяет структурную организацию массивов в виде строки (размерность 1), страницы (размерность 2), куба (размерность 3) и т. д. Так что вектор является одномерным массивом, а матрица представляет собой двумерный массив с размерностью 2. MATLAB допускает задание и использование многомерных массивов, но здесь мы ограничимся только одномерными и двумерными массивами — векторами и матрицами.

Размер вектора — это число его элементов, а размер матрицы определяется числом ее строк m и столбцов n . Обычно размер матрицы указывают как $m \times n$. Матрица называется квадратной, если $m = n$, то есть число строк матрицы равно числу ее столбцов.

Векторы и матрицы могут иметь имена, например, V — вектор или M — матрица. В данной работе имена векторов и матриц набираются полужирным шрифтом. Элементы векторов и матриц рассматриваются как *индексированные переменные*, например:

V_2 — второй элемент вектора V ;

M_{23} — третий элемент второй строки матрицы M .

Даже обычные числа и переменные в MATLAB рассматриваются как матрицы размера 1x1, что дает единообразные формы и методы проведения операций над обычными числами и массивами. Это также означает, что большинство вычислительных функций может работать с аргументами в виде векторов и матриц, вычисляя значения для каждого их элемента. Данная операция обычно называется *векторизацией* и обеспечивает упрощение записи операций, производимых одновременно над всеми элементами векторов и матриц, и существенное повышение скорости их выполнения.

Особенности задания векторов и матриц

MATLAB — система, специально предназначенная для проведения сложных вычислений с векторами, матрицами и массивами. При этом она по умолчанию предполагает, что каждая заданная переменная — это вектор, матрица или массив. Все определяется конкретным значением переменной. Например, если задано $x = 1$, то это значит, что x — это вектор с единственным элементом, имеющим значение 1. Если надо задать вектор из трех элементов, то их значения следует перечислить в квадратных скобках, разделяя пробелами (или запятыми ,). Так, например, присваивание

```
>> V=[1,2,3]
```

```
V =
```

```
1 2 3
```

задает вектор V , имеющий три элемента со значениями 1, 2 и 3. После ввода вектора система выводит его на экран дисплея.

Задание матрицы требует указания нескольких строк. Для разграничения строк используется знак ; (точка с запятой). Этот же знак в конце ввода предотвращает вывод матрицы или вектора (и вообще любой операции) на экран дисплея. Так, ввод

```
>> M=[1 2 3;4 5 6;7 8 9];
```

задает квадратную матрицу, которую можно вывести:

```
>> M
```

```
M =
```

```
1 2 3
```

```
4 5 6
```

```
7 8 9
```

Возможен ввод элементов матриц и векторов в виде арифметических выражений, содержащих любые доступные системе функции, например:

```
>> V=[2+2/(3+4) exp(5) sqrt(10)];
```

```
>> V
```

```
V =
```

```
2.2857 148.4132 3.1623
```

Для указания отдельного элемента вектора или матрицы используются выражения вида $V(i)$ или $M(i, j)$.

Вообще говоря, в тексте программ MATLAB лучше не использовать i и j как индексы, так как i и j — обозначение квадратного корня из -1 . Но можно использовать I и J .

Выражение $M(i)$ с одним индексом дает доступ к элементам матрицы, развернутым в один столбец. Такая матрица образуется из исходной, если подряд выписать ее столбцы. Следующий пример поясняет такой доступ к элементам матрицы M :

```
>> M=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

```
M =  
    1    2    3  
    4    5    6  
    7    8    9
```

```
>> M(2)
```

```
ans =  
    4
```

```
>> M(8)
```

```
ans =  
    6
```

```
>> M(9)
```

```
ans =  
    9
```

```
>> M(5)=100;
```

```
>> M
```

```
M =  
    1    2    3  
    4  100    6  
    7    8    9
```

Возможно задание векторов и матриц с комплексными элементами, например:

```
>> i=sqrt(-1);
```

```
>> CM=[1 2; 3 4] + i*[5 6; 7 8]
```

Это создаст матрицу

```
CM =  
 1.0000 + 5.0000i  2.0000 + 6.0000i  
 3.0000 + 7.0000i  4.0000 + 8.0000i
```

Наряду с операциями над отдельными элементами матриц и векторов система позволяет производить операции умножения, деления и возведения в степень сразу над всеми элементами, то есть над массивами. Для этого перед знаком операции ставится точка. Например, оператор `*` означает умножение для векторов или матриц, а оператор `.*` — поэлементное умножение всех элементов массива. Так, если `M` — матрица, то `M.*2` даст матрицу, все элементы которой умножены на скаляр — число 2. Впрочем, для умножения матрицы на скаляр оба выражения — `M*2` и `M.*2` — оказываются эквивалентными.

Удаление столбцов и строк матриц

Для формирования матриц и выполнения ряда матричных операций возникает необходимость удаления отдельных столбцов и строк матрицы. Для этого используются пустые квадратные скобки []. Прделаем это с матрицей М:

```
>> M=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

```
M =  
 1  2  3  
 4  5  6  
 7  8  9
```

Удалим второй столбец, используя оператор : (двоеточие):

```
>> M(:,2)=[]
```

```
M =  
 1  3  
 4  6  
 7  9
```

А теперь, используя оператор : (двоеточие), удалим вторую строку:

```
>> M(2,:)=[]
```

```
M =  
 1  3  
 7  9
```

4. 2. Основы графических работ в MATLAB

4. 2. 1. Основы двумерной графики MATLAB

Графики функций одной переменной

Графики в MATLAB строятся в отдельных масштабируемых и перемещаемых окнах. Возьмем вначале простейший пример — построение графика синусоиды. Следует помнить, что MATLAB (как и другие СКМ) строит графики функций по ряду точек, соединяя их отрезками прямых, т. е. осуществляя линейную интерполяцию функции в интервале между смежными точками. Зададим интервал изменения аргумента x от 0 до 15 с шагом 0,1. Для построения графика достаточно вначале задать вектор $x=0 : 0.1:15$, а затем использовать команду построения графиков `plot(sin(x))`.

Итак, для построения графика синусоиды надо исполнить следующие команды:

```
>> x=0:0.1:15;
```

```
>> y=sin(x);  
>> plot(x,y)
```

При этом будет построено окно графика и сам график синусоидальной функции (рис. 4.1).

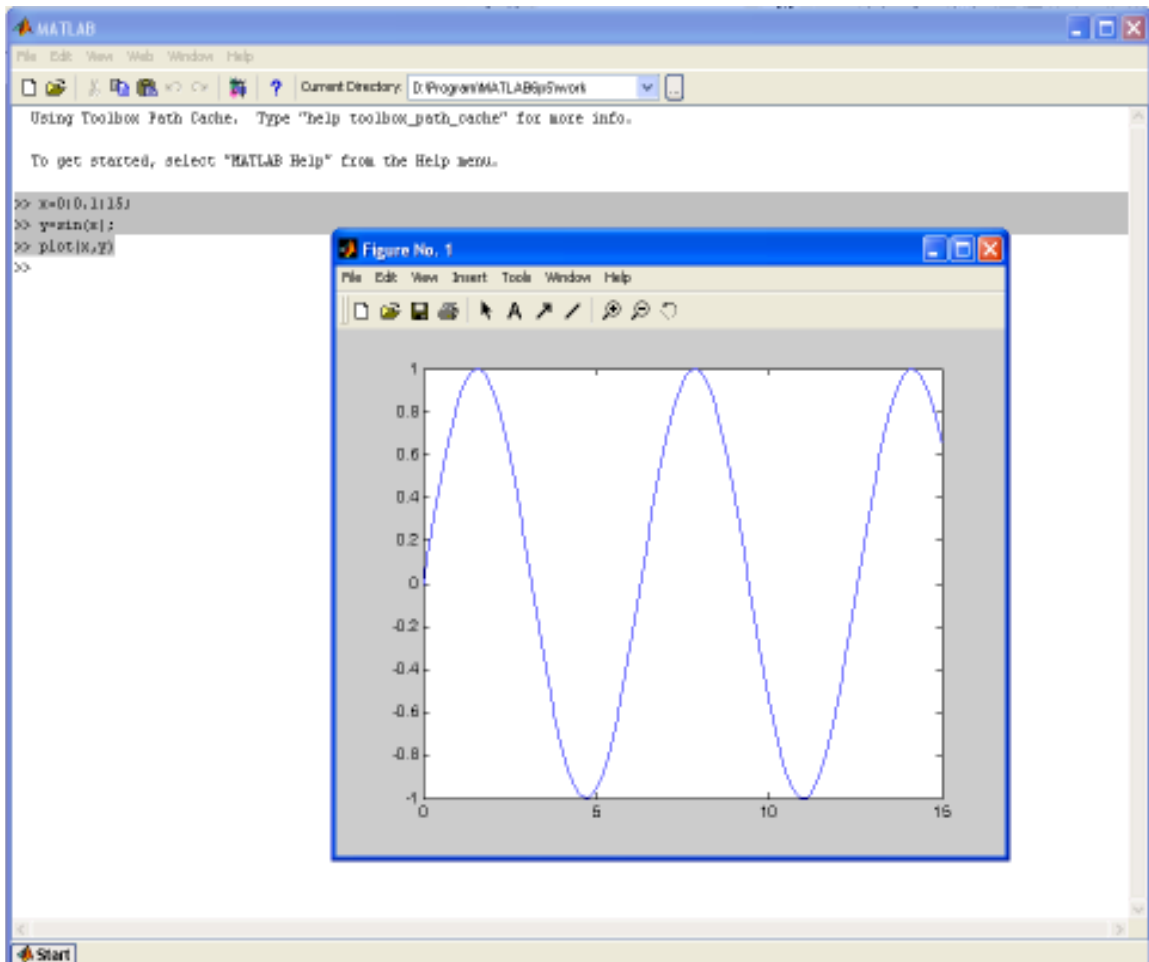


Рис. 4.1. Построение графика синусоиды из окна командного режима работы MATLAB

Графики ряда функций

Более подробное описание графического окна будет дано в следующей главе. А пока пойдем дальше и попытаемся построить графики сразу трех функций: $\sin(x)$, $\cos(x)$ и $\sin(x)/x$. Прежде всего отметим, что эти функции могут быть обозначены переменными, не имеющими явного указания аргумента в виде $y(x)$:

```
>>x=-15:0.1:15;  
>> y1=sin(x);  
>> y2=cos(x);  
>> y3=sin(x)./x;
```

Такая возможность обусловлена тем, что эти переменные являются векторами — как и переменная x . Теперь можно использовать одну из ряда форм команды `plot`:

```
plot(a1,f1,a2,f2,a3,f3, . . .),
```

где a_1, a_2, a_3, \dots — векторы аргументов функций (в нашем случае все они — x), f_1, f_2, f_3, \dots — векторы значений функций, графики которых строятся в одном окне. В нашем случае для построения графиков указанных функций мы должны записать следующее:

```
>> plot(x,y1,x,y2,x,y3)
```

Чтобы получить график, надо вычислять отношение $\sin(x)$ к x с помощью оператора поэлементного деления массивов `./`. Этот случай поясняет рис. 4.2.

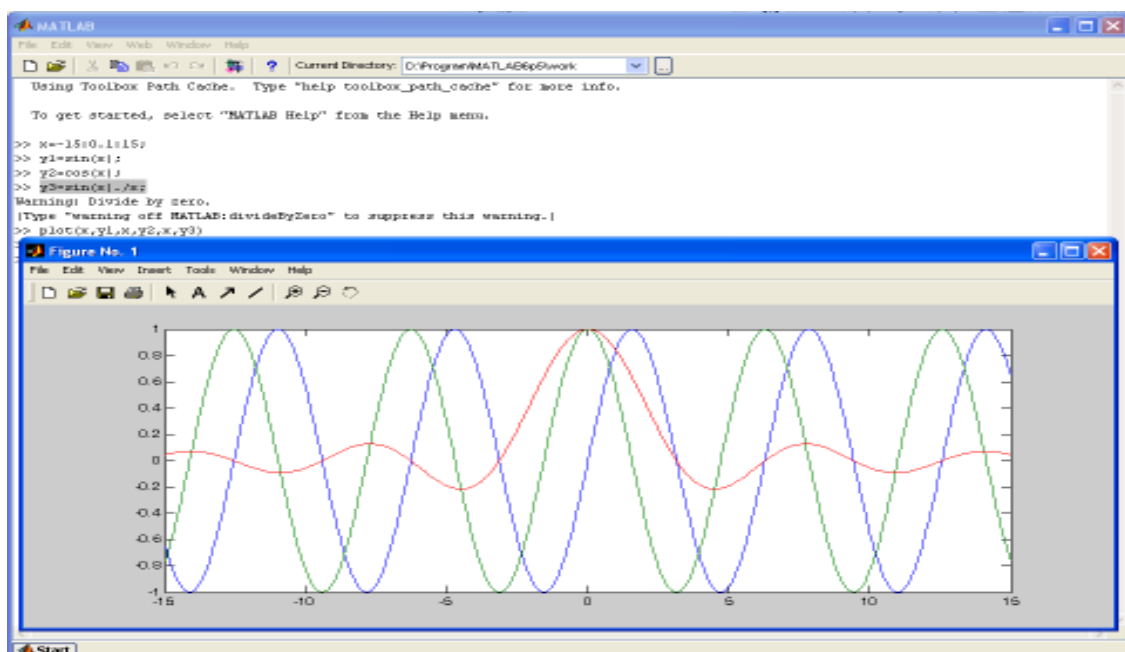


Рис. 3.2. Построение графиков трех функций

Кстати, на нем показана открытой позиция `Tools` (Инструменты) меню графического окна, которая открывает доступ к многочисленным командам форматирования графиков.

Обратите внимание на то, что хотя на этот раз MATLAB построил графики всех трех функций, в окне командного режима появилось предупреждение о делении на 0 — в момент, когда $x = 0$, — «Warning: Divide by zero». Таким образом, `plot` «не знает» о том, что неопределенность $\sin(x)/x = 0/0$ устраняется и дает 1. Это недостаток практически всех систем для численных вычислений.

Графическая функция fplot

Разумеется, MATLAB имеет средства для построения графиков и таких функций, как $\sin(x)/x$, которые имеют устранимые неопределенности. Покажем, как это делается, с помощью другой команды — `fplot`:

`fplot('f(x)',[xmin xmax]).`

Она позволяет строить график функции $f(x)$, заданной в символьном виде, в интервале изменения аргумента x от x_{\min} до x_{\max} без фиксированного шага изменения x . Этот пример показан на рис. 4.3.

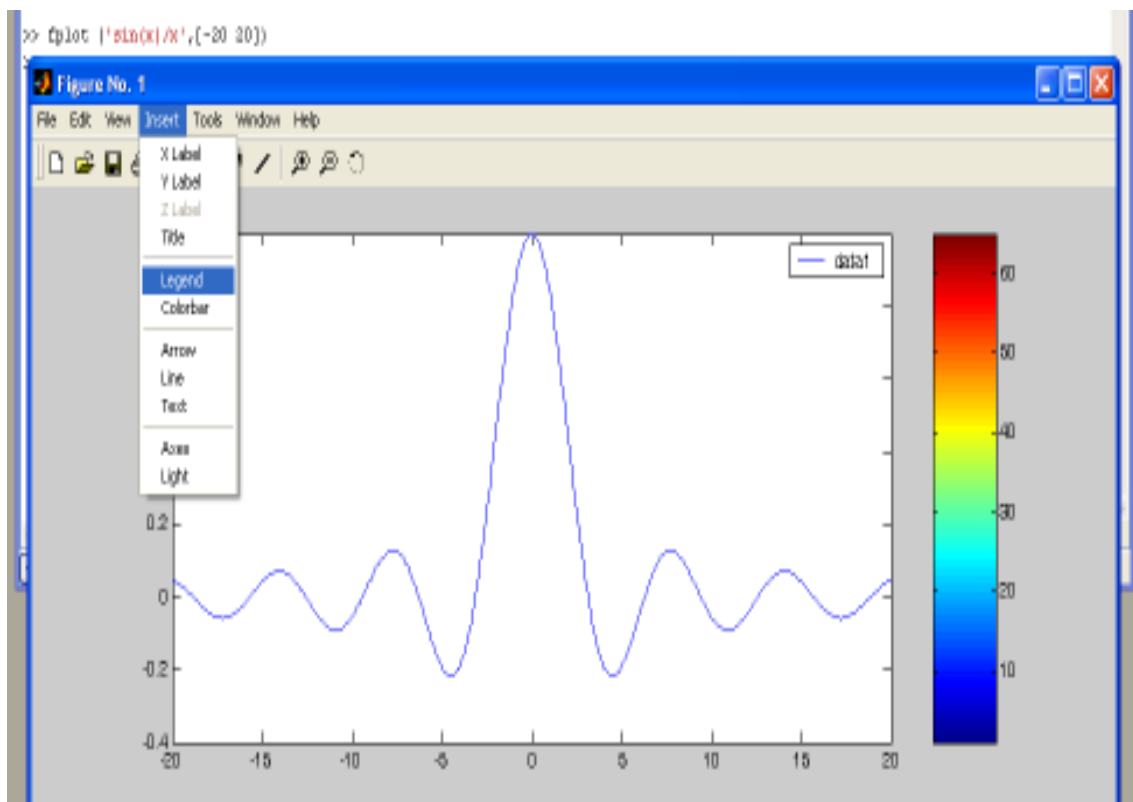


Рис. 4. 3. Построение графика $\sin(x)/x$ функцией `fplot`

На рис. 4. 3. представлено также меню `Insert` (Вставка) окна графики. С ее помощью можно задать вставки в графическое окно различных объектов. На рис. 4. 3. показаны примеры вставки легенды и шкалы цветов `Colorbar`.

4. 2. 2. Основы форматирования графиков

Форматирование линий графиков и маркеров опорных точек

Для форматирования линий двумерного графика достаточно указать курсором мыши на линию графика и щелкнуть левой клавишей мыши. Линия бу-

дет выделена характерными черными квадратиками (рис. 4. 4). С помощью редактора свойств графики или контекстного меню правой клавиши мыши можно задать стиль, толщину и цвет выделенной линии.

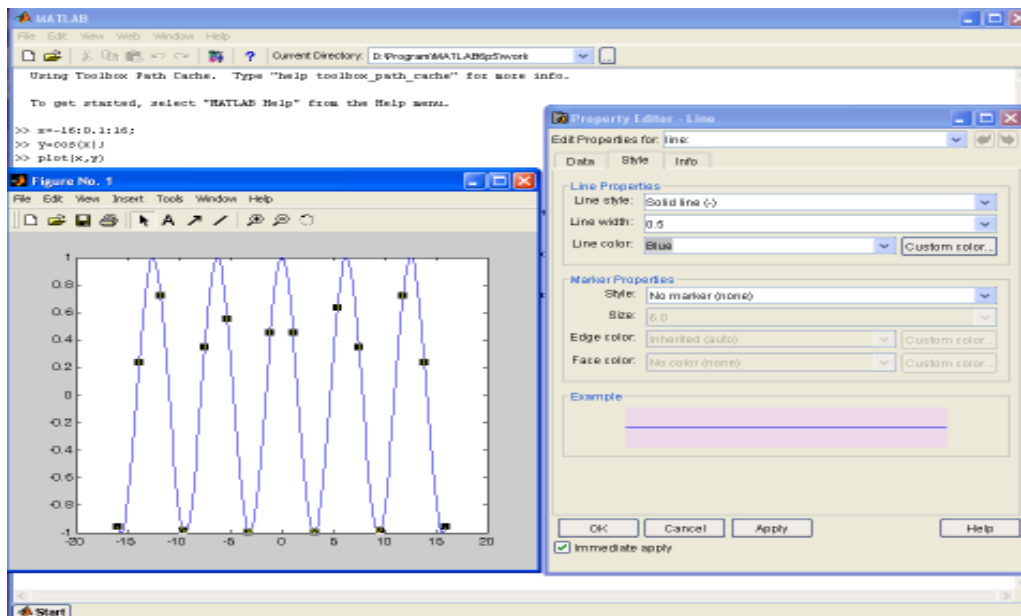


Рис. 4. 4. Пример форматирования линий двумерного графика

Линии двумерных графиков строятся по опорным точкам. В нашем случае опорные точки задаются ранжированной переменной x , имеющей ряд значений от -16 до +16 с шагом 0.1. Эти точки появляются на графике, и с помощью редактора линий графики можно выбрать стиль маркера. На рис. 4. 5. показано построение графика с маркерами опорных точек в виде окружностей.

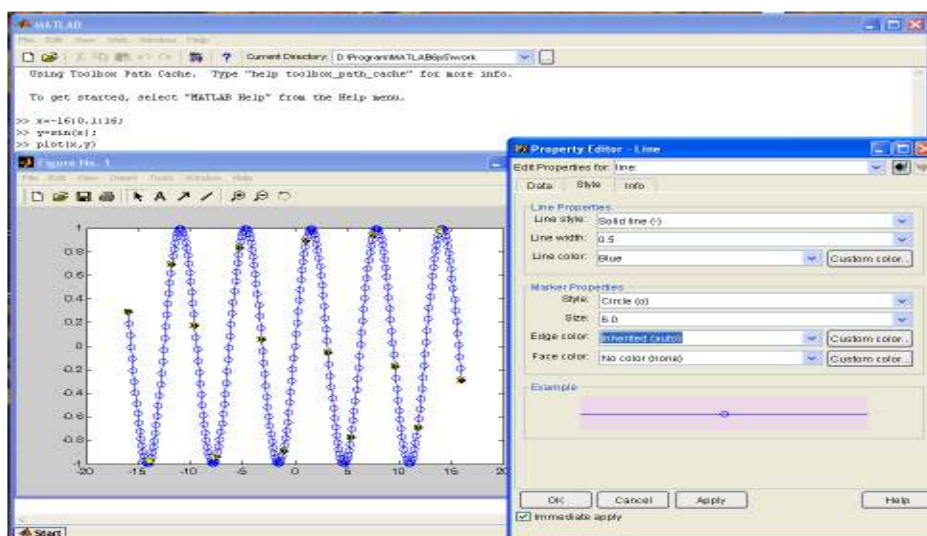


Рис. 4.5. Пример задания параметров маркеров и построения графика с ними

Форматирование линий и маркеров для графика нескольких функций

Если строится график нескольких функций, то можно форматировать линии и маркеры каждой кривой отдельно. Выполним следующие команды:

```
>> x=-10:1:10;  
>> plot(x,sin(x),x,sin(x).^3,x,sin(x).^5);
```

Рис. 3. 6 показывает пример такого форматирования для графика, полученного исполнением этих команд. Для форматирования каждой линии надо указать на нее курсором мыши и дважды щелкнуть ее левой клавишей. Соответствующая линия будет выделена, и ее параметры можно менять с помощью редактора свойств линии — его окно видно на рис. 4. 6.

Обратите внимание на то, как заданы степени синуса. Записать эти выражения в виде $\sin(x)^3$ и $\cos(x)^5$ будет грубейшей ошибкой, поскольку x здесь вектор. Операторы $^{\wedge}$ в данном случае дают поэлементное возведение в степень, что и нужно для построения графиков этих функций.

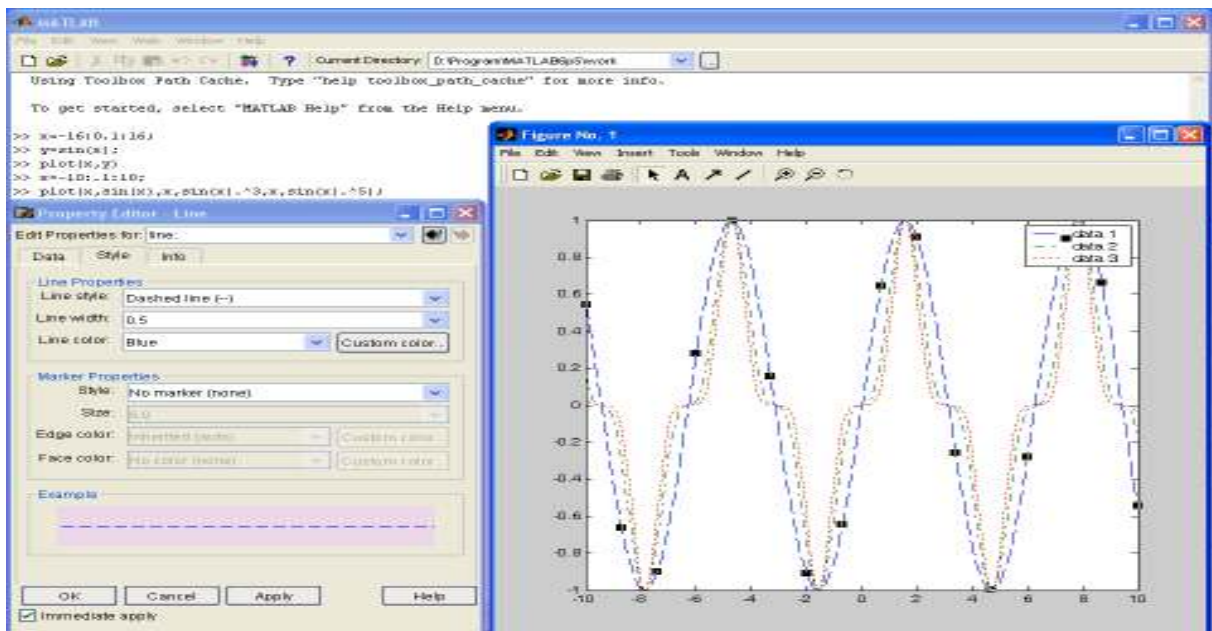


Рис. 4. 6. Пример форматирования линии для графика трех функций

Позиция Tools меню окна графики

Большие возможности в форматировании графиков открывает позиция Tools (Инструменты) окна графики. Ее команды представлены на рис. 4.7. Здесь можно задать опции редактирования графика, изменения его размера, вращения, вывода графического курсора для определения координат любой точки графика и многие другие опции и команды.

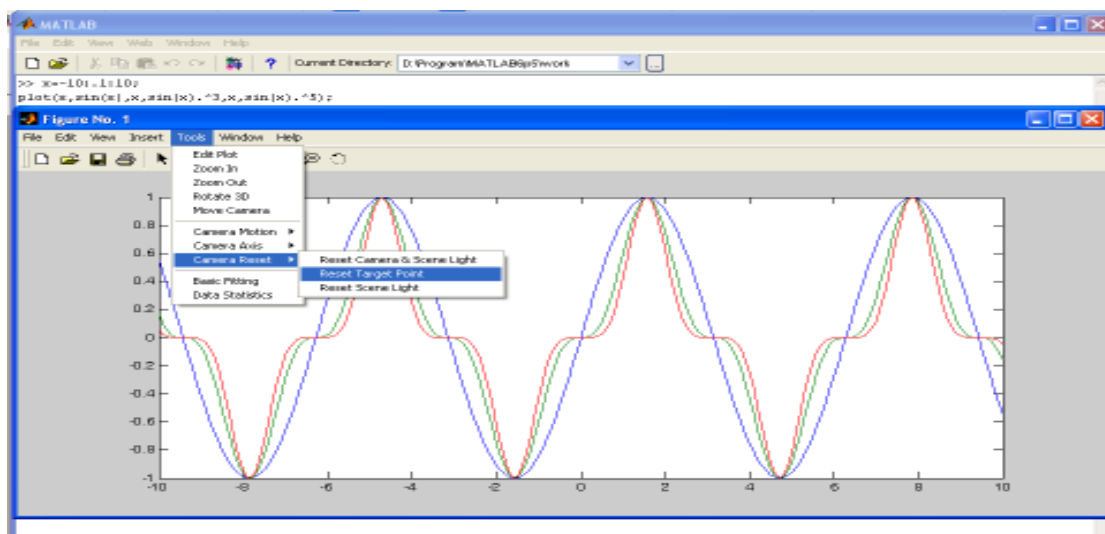


Рис. 4. 7. Окно графики с открытой позицией Tools меню

Нанесение надписей и стрелок прямо на график

Дополнительно на график можно нанести надписи с помощью кнопки панели инструментов с буквой А. Место надписи фиксируется щелчком мыши. Полученную таким образом надпись можно выделить и перенести мышью в любое другое место.

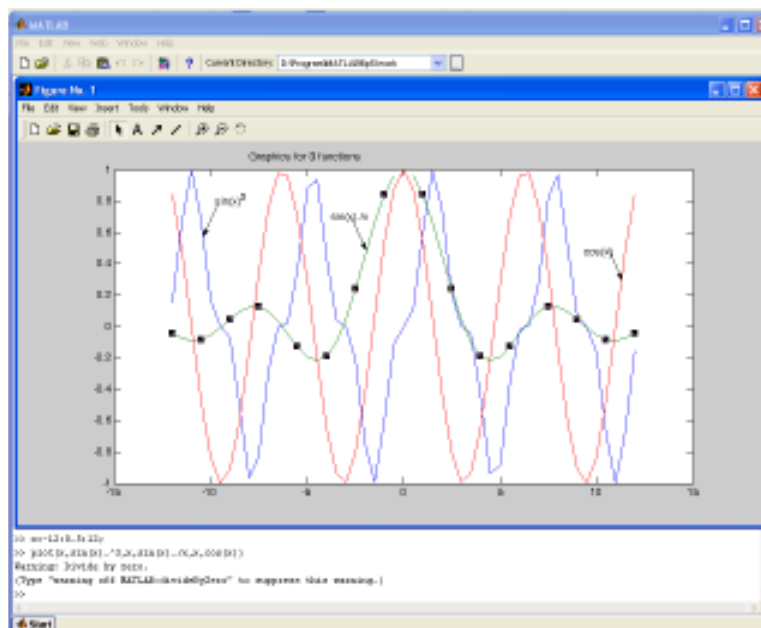


Рис. 4. 8. График трех функций со стрелками и надписями

Рис. 4. 8 показывает процесс создания надписей. Надписи можно сделать с разным размером символов и разным стилем. Особенно приятно, что при задании на надписи возведения в степень знаком \wedge надпись на экране отображается в естественном математическом виде (степень в виде верхнего индекса).

На рис. 4. 8 задание стрелки можно сделать с помощью соответствующей кнопки панели инструментов. Это стрелку в режиме редактирования графика можно перемещать и вращать мышью, а также менять ее длину. Можно также наносить на график и обычные линии (без стрелки).

4. 2. 3. Построение годографов

Пример. Необходимо построить годограф линейной части передаточной функции $W_{л}(j\omega)$, годограф нелинейной части передаточной функции $-1/W_{н}(A)$ и графически показать решение характеристического уравнения.

Для этого последовательно вводим значения для линейной части:

```
>> l=0:0.05:6.5
>> m=10:1000:1000000
>> w=[1,m]
>> a=300-208.5.*w.^2
>> b=90.*w.^3-585.*w
>> q=(0.16.*w.^2+1).*(0.0025.*w.^2+1).*(2.25.*w.^2+1)
>> re=a./q
>> im=b./q
```

Для вывода годографа используем plot():

```
plot(re,im)
```

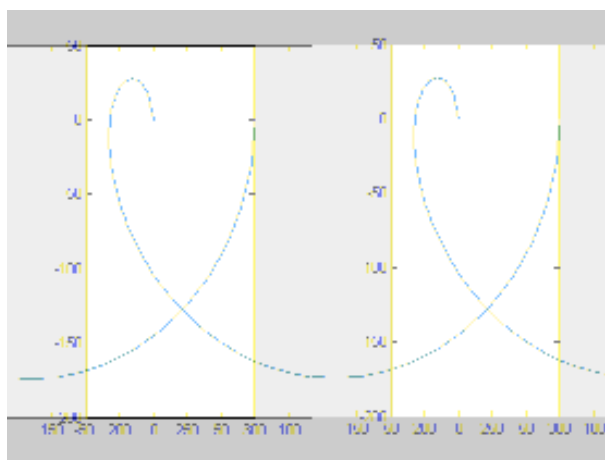


Рис.4. 9. Годограф линейной части передаточной функции

Так же последовательно вводим для нелинейной части:

```
>> na=2.5:0.5:60  
>> nb=10:1000:50000  
>> nc=[na,nb]  
>> g=0.2/3.14.*(asin(2.5./nc)+2.5./nc.*sqrt(1-6.25./(nc.^2)))  
>> ren=-1./g  
>> imn=0.*nc
```

Теперь выводим годограф нелинейной части:

```
plot (ren,imn)
```

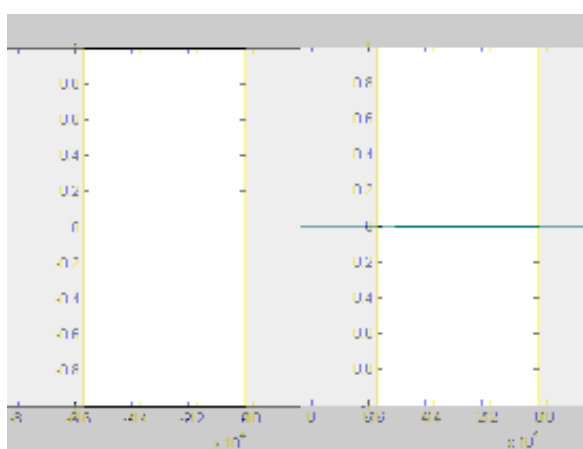


Рис. 4. 10. Годограф нелинейной части передаточной функции

Оба годографа можно вывести вместе:

```
plot (re,im,ren,imn)
```

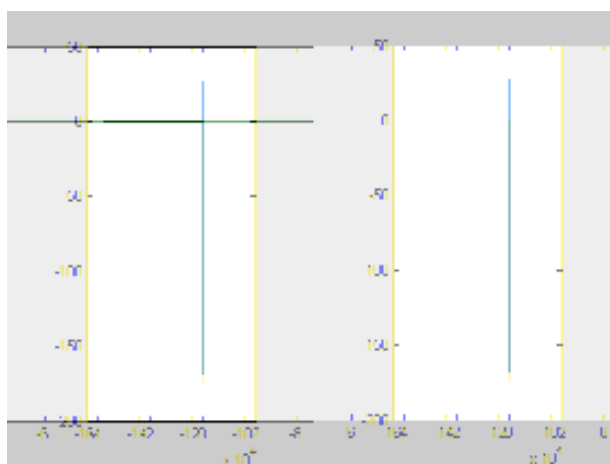


Рис. 4. 11. Построение годографов линейной и нелинейной частей передаточной функции

Из полученного графика не видно, пересекаются ли оба годографа или нет. Поэтому необходимо увеличить масштаб. Сравнивая полученные годографы, видно, что масштаб для линейной части равен 10^2 , а для нелинейной части – 10^4 . Значит, увеличивать необходимо по линейной части. Для этого в окне Figure No.1 выбираем вкладку Edit, а в ней – Axes Properties. В открывшемся окне во вкладке X напротив категории Limits убираем галочку Auto и вручную вводим значения -50 вместо -160000.00 и 300 вместо 20000.00. То же самое проделываем и во вкладке Y, только нижнее значение выбираем -200, верхнее – 50. После этого нажимаем кнопку ОК и смотрим результат.

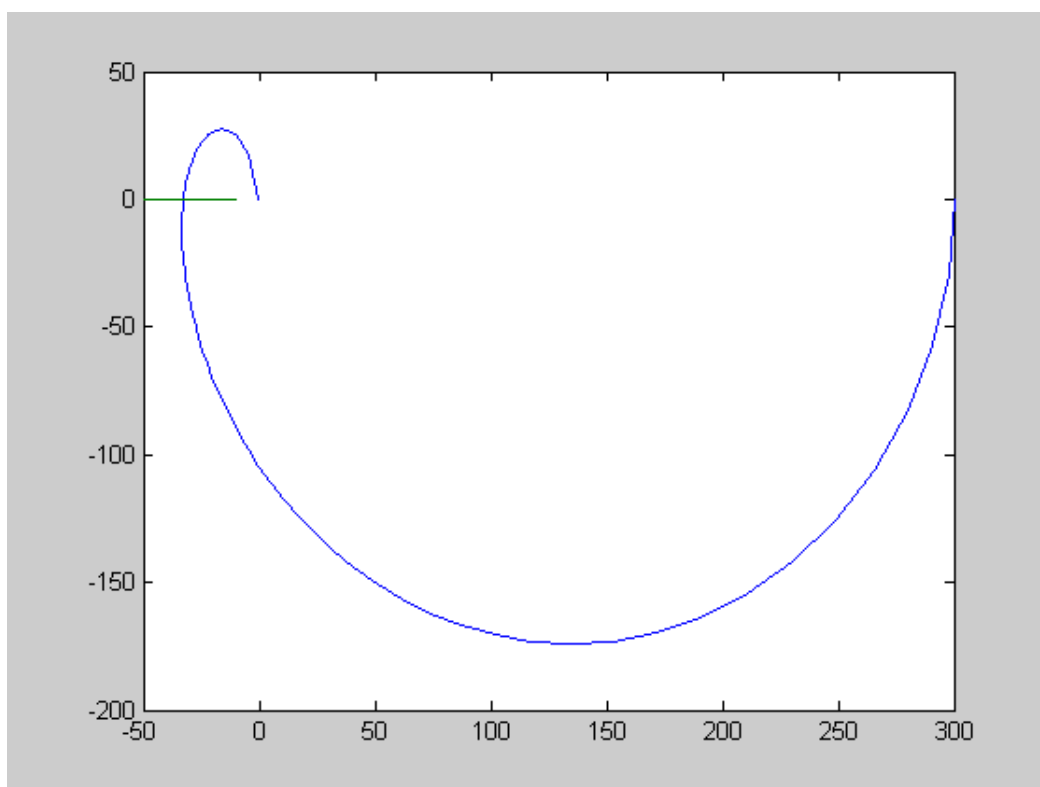


Рис.4. 12. Графическое решение характеристического уравнения

4. 2. 4. Анализ динамики системы автоматического регулирования (САР)

При анализе САР задача формулируется следующим образом.

Дано:

- структурная схема системы;
- передаточные функции звеньев системы;
- значения переменных передаточных функций.

Необходимо определить:

- устойчивость САУ;
- качество переходных процессов;
- точность системы.

Образование передаточной функции разомкнутой системы без запаздывания

Постановка задачи

В качестве объекта исследования выступают линейные (линеаризованные) динамические стационарные системы управления с одним входом и одним выходом. При этом модель одномерной САУ задана в виде комплексной передаточной функции, записанной как отношение полиномов.

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}$$

Необходимо:

1. Получить передаточную функцию разомкнутой системы.
2. Получить передаточную функцию замкнутой системы.
3. Определить полюса и нули передаточной функции.
4. Построить графики переходной функции.
5. Построить логарифмические частотные характеристики.
6. Построить частотный годограф Найквиста.
7. Построить диаграмму Никольса.

Пример.

Пусть необходимо исследовать САУ с передаточной функцией разомкнутой системы:

$$W(p) = \frac{k \cdot e^{\tau p}}{T \cdot p + 50}$$

Образовать передаточную функцию системы можно лишь в том случае, если определены ее переменные.

$$\gg K = 10$$

$$\gg T = 100$$

$$\gg \tau = 1$$

Зададим минимально возможное время регулирования не более 10 с.

Формируем передаточную функцию разомкнутой системы без запаздывания:


```
>> n1 = [10]; m1 = [100 50]; Woy = tf(n1,m1)
```

Transfer function:

```
10
-----
100 s + 50
```

Определение полюсов и нулей разомкнутой САР

Нули и полюса определяются с помощью функций: **pole(Woy)** и **zero(Woy)**. Нулями передаточной функции являются корни числителя, а полюсами – корни знаменателя.

```
>> pole(Woy)
```

```
ans =
```

```
-0.5000
```

```
>> zero(Woy)
```

```
ans =
```

```
Empty matrix: 0-by-1
```

Расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости

Нули и полюса на комплексной плоскости определяются с помощью функции **pzmap()**.

```
>> pzmap(Woy)
```

Расположение нулей (кружки) и полюсов (крестики) показано на рис. 4.13.

Примечание. В данном примере нули отсутствуют.

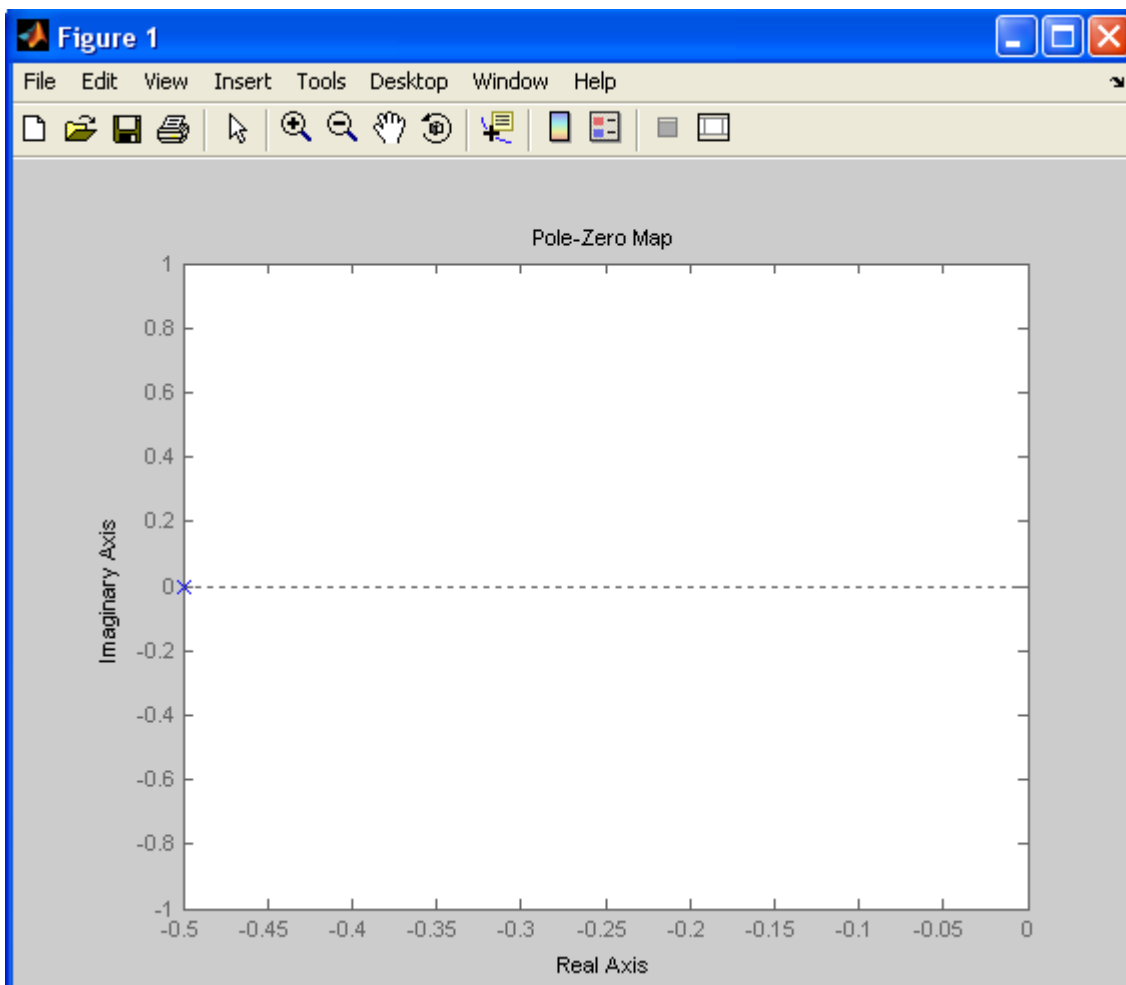


Рис. 4. 13. Расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости S

Исследование качества переходного процесса разомкнутой САР

Определим реакцию системы автоматического управления на единичную функцию с помощью функции `step()`. На этом этапе получаем только график реакции системы рис. 4. 14.

```
>> step(Woy)
```

Анализируя переходный процесс разомкнутой системы видим: система устойчива, удовлетворяет по времени регулирования. Но не вышла на заданный уровень стандартного единичного возмущения. Поэтому не следует проводить дальнейший анализ, а следует провести синтез САР.

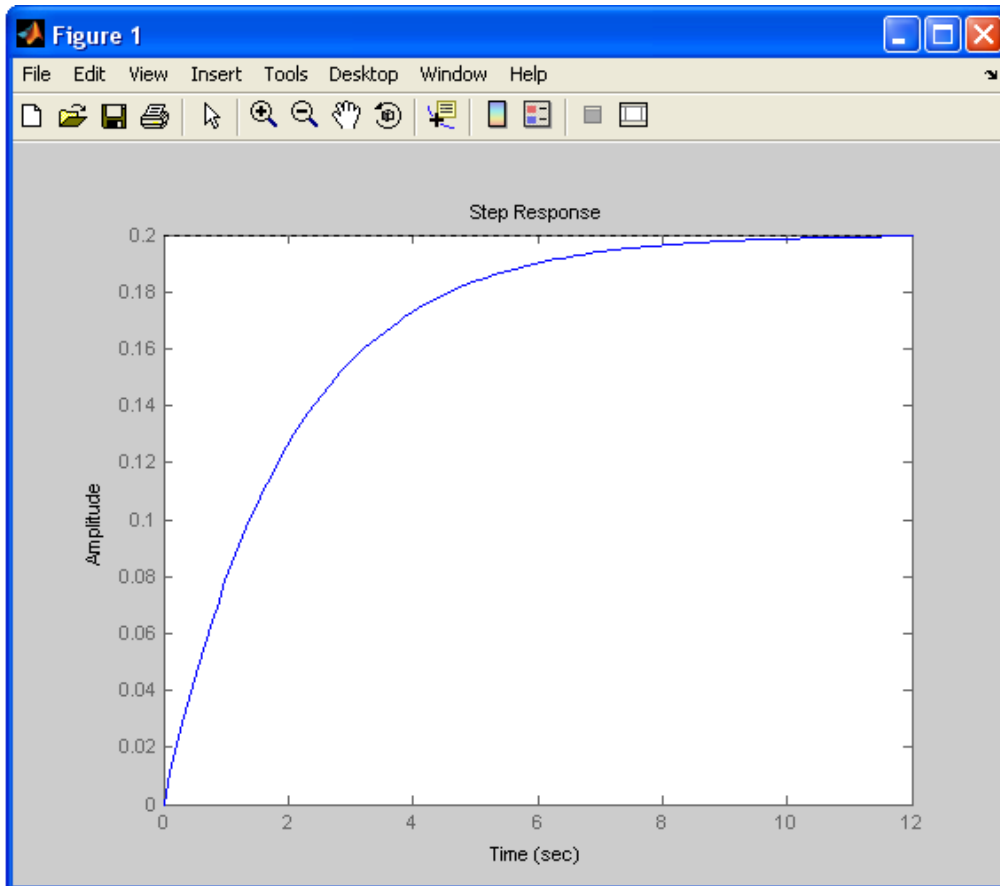


Рис. 4. 14. Переходный процесс разомкнутой САР

Синтез замкнутой САР

При синтезе САР задача формулируется следующим образом: из имеющихся звеньев необходимо создать структурную схему системы, которая бы удовлетворяла условиям устойчивости (запас по фазе и амплитуде), качеству переходных процессов (форма переходного процесса, длительность, величина перерегулирования) и точности.

Разомкнутую САР замкнем отрицательной обратной связью (рис. 4. 15).

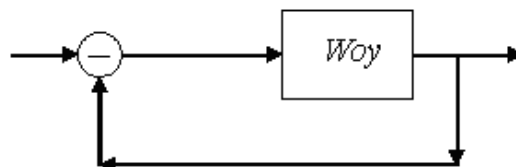


Рис. 4. 15. Структурная схема замкнутой САР с отрицательной обратной связью

Передаточная функция замкнутой системы $WZ(s)$ определяется через передаточную функцию разомкнутой системы $Wou(s)$ при отрицательной обратной связи в соответствии с выражением:

$$WZ = \frac{Woy}{1+Woy}$$

Для образования передаточной функции замкнутой системы WZ используем функцию **feedback ()**.

```
>> WZ = feedback (Woy, [1])
```

Transfer function:

10

100 s + 60

Переходный процесс замкнутой САР показана на рис. 4.16. В данном случае введение отрицательной связи не изменило характер переходного процесса – процесс не вышел на уровень единичного скачка. Увеличим коэффициент передачи и введем П-регулятор.

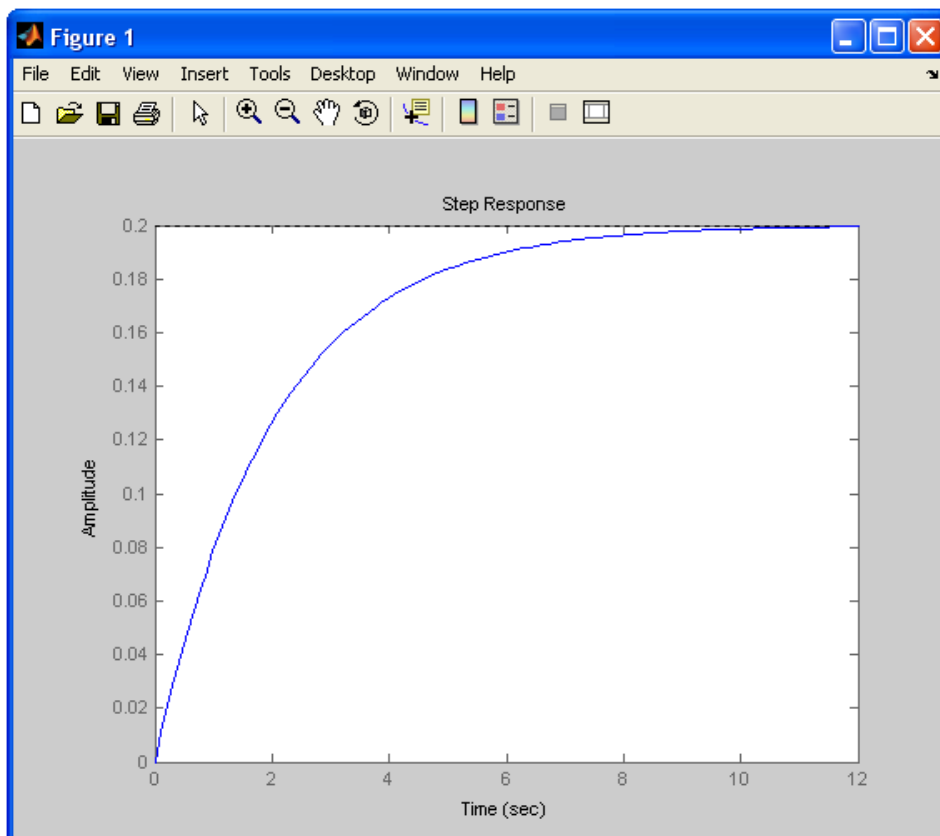


Рис. 4. 16. Переходный процесс замкнутой САР
Исследование замкнутой САР с П-регулятором

Создадим передаточную функцию П-регулятора (K_I – коэффициент передачи регулятора).

```
>> n3=[6]; m3 =[1]; Kr=tf(n3,m3)
```

Transfer function:

6

Передаточная функция замкнутой системы с П-регулятором (WZR) имеет вид:

```
>> WZR=WZ*Kr
```

Transfer function:

60

100 s + 60

Определим переходный процесс замкнутой САР с П-регулятором (рис. 4.17).

```
>> step(WZR)
```

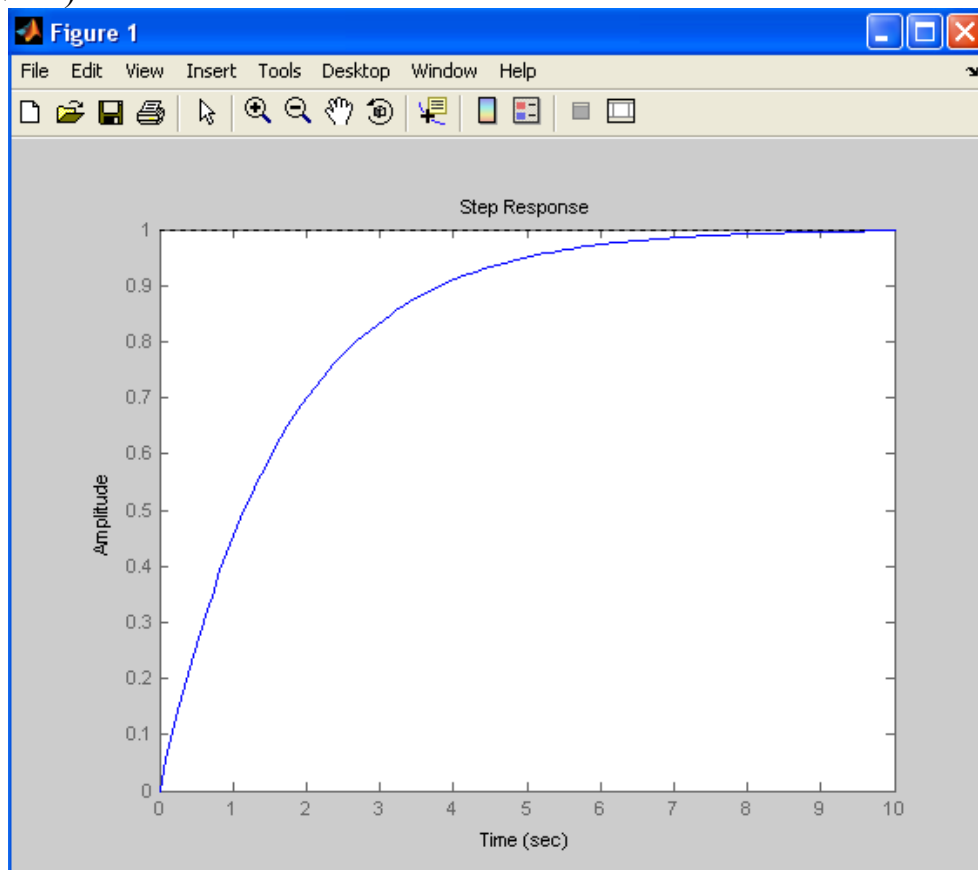


Рис. 4.16. Переходный процесс замкнутой САР с П-регулятором

Переходный процесс замкнутой САР с П-регулятором отвечает всем требованиям.

Замкнутая САР с П-регулятором и запаздыванием

Теперь необходимо рассмотреть влияние запаздывания на качество регулирования.

Запаздывание в системе e^{ts} учитывается через ряд Паде:

$$W(s) = \frac{s^2 - \frac{6}{\tau}s + \frac{12}{\tau^2}}{s^2 + \frac{6}{\tau}s + \frac{12}{\tau^2}}$$

Определим передаточную функцию (Z) запаздывания:

```
>> n4=[1 -6 12]; m4=[1 6 12]; Z=tf(n4,m4)
```

Transfer function:

$s^2 - 6s + 12$

$s^2 + 6s + 12$

Передаточная функция с запаздыванием (WZZ) имеет вид

```
>> WZZ=WZR*Z
```

Transfer function:

$60s^2 - 360s + 720$

$100s^3 + 660s^2 + 1560s + 720$

Определение нулей и полюсов передаточной функции WZZ

```
>> pole(WZZ)
```

ans =

-3.0000 + 1.7321i

-3.0000 - 1.7321i

-0.6000

```
>> zero(WZZ)
```

ans =

3.0000 + 1.7321i

3.0000 - 1.7321i

Расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости

Функция **pzmap ()** показывает расположение нулей и полюсов передаточной функции на комплексной плоскости S (Рис. 4.17).

`pzmap(WZZ)`

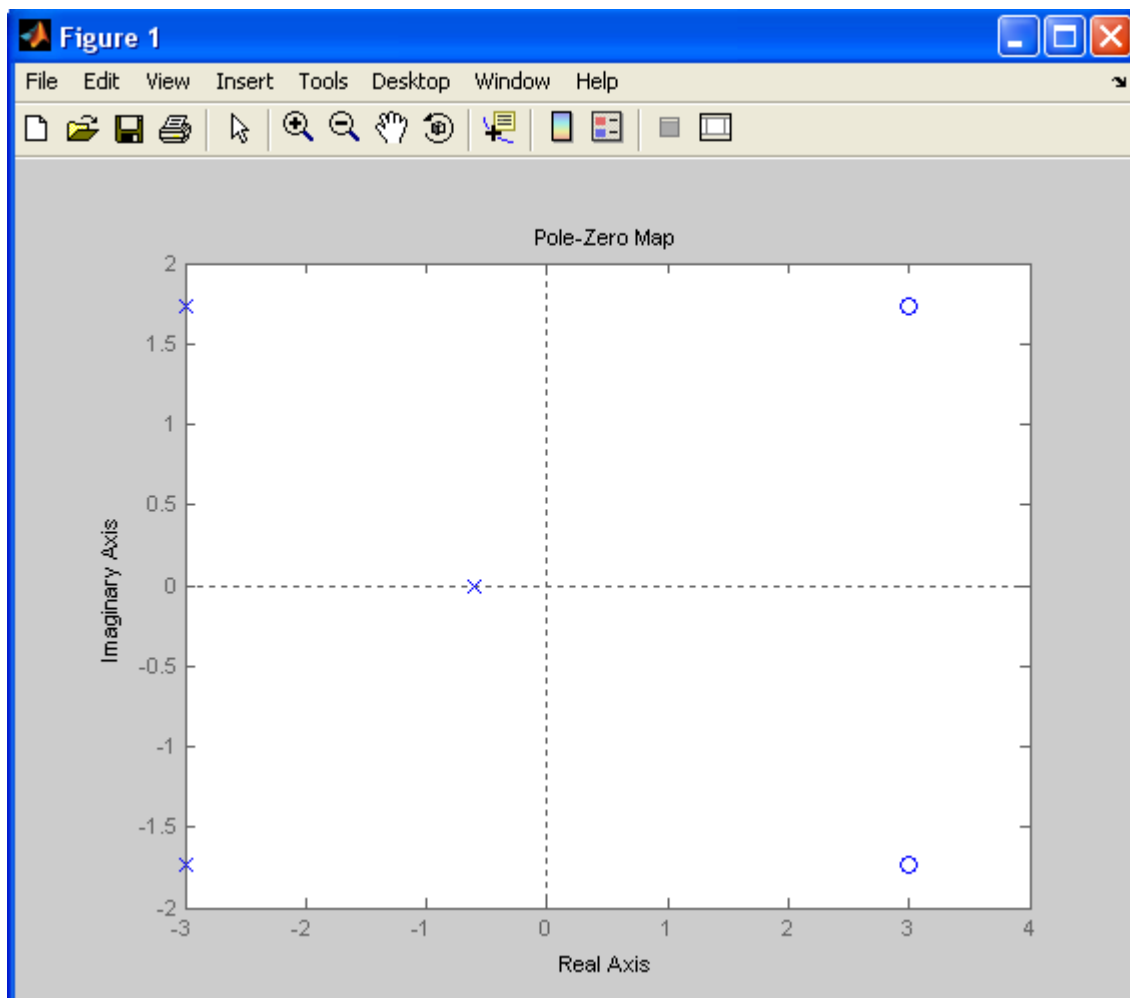


Рис. 4. 17. Расположение нулей и полюсов замкнутой САР с запаздыванием

Исследование качества переходного процесса в замкнутой САР с запаздыванием

`step(WZZ)`

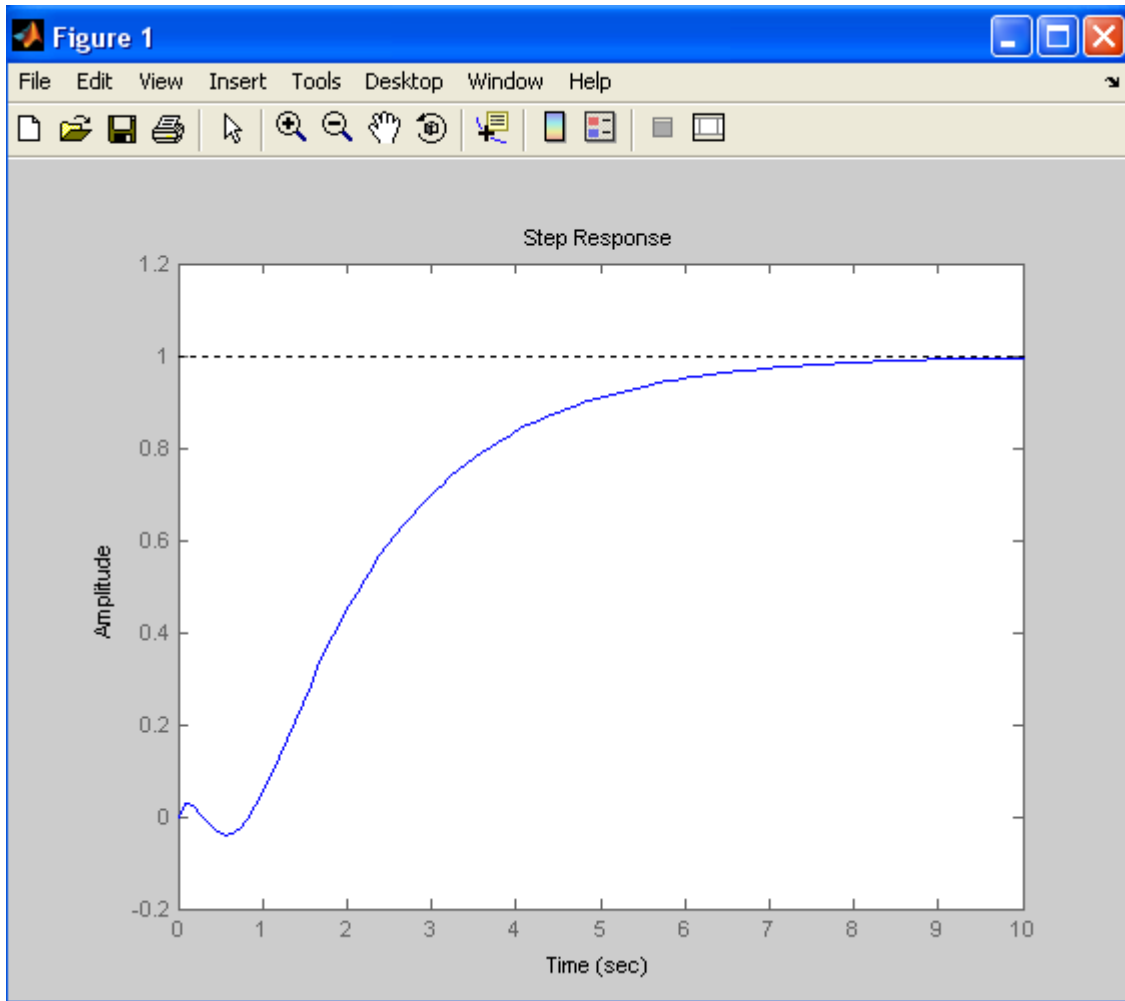


Рис. 4. 18. Переходный процесс замкнутой САР с запаздыванием

Переходный процесс замкнутой САР с запаздыванием (рис. 4. 18.) отвечает всем требованиям: минимальное время регулирования 9 с., оптимальный процесс регулирования – аperiodический, система устойчива.

Частотная характеристика.

Амплитудно – частотная и фазочастотная характеристики строятся с помощью функции **bode()**, полученные функции называются функциями Боде (рис.4.19).

`bode(WZZ)`

Частотные характеристики позволяют определить запас по фазе и амплитуде.

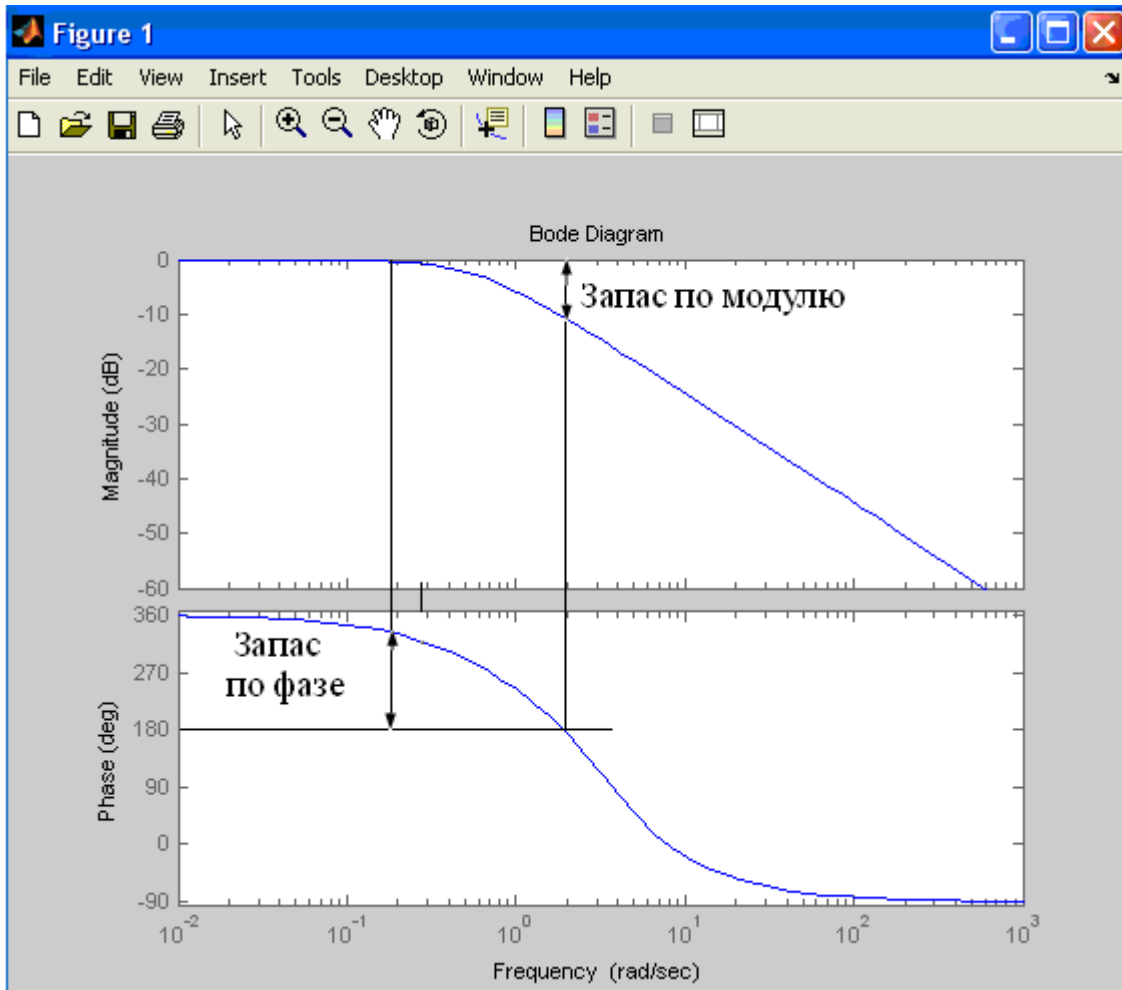


Рис. 4.19. График функции Боде для замкнутой САР с запаздыванием

Замкнутая САР с запаздыванием (рис. 4. 19) имеет запас по модулю 10 ДБ и по фазе $\approx 180^\circ$.

Запас по модулю и фазе можно определить с помощью функций MATLAB (рис. 4. 20).

```
>> w=logspace(-1,1,3000);
>> [mag,phase,w]=bode(WZZ,w);
>> margin(mag,phase,w);
```

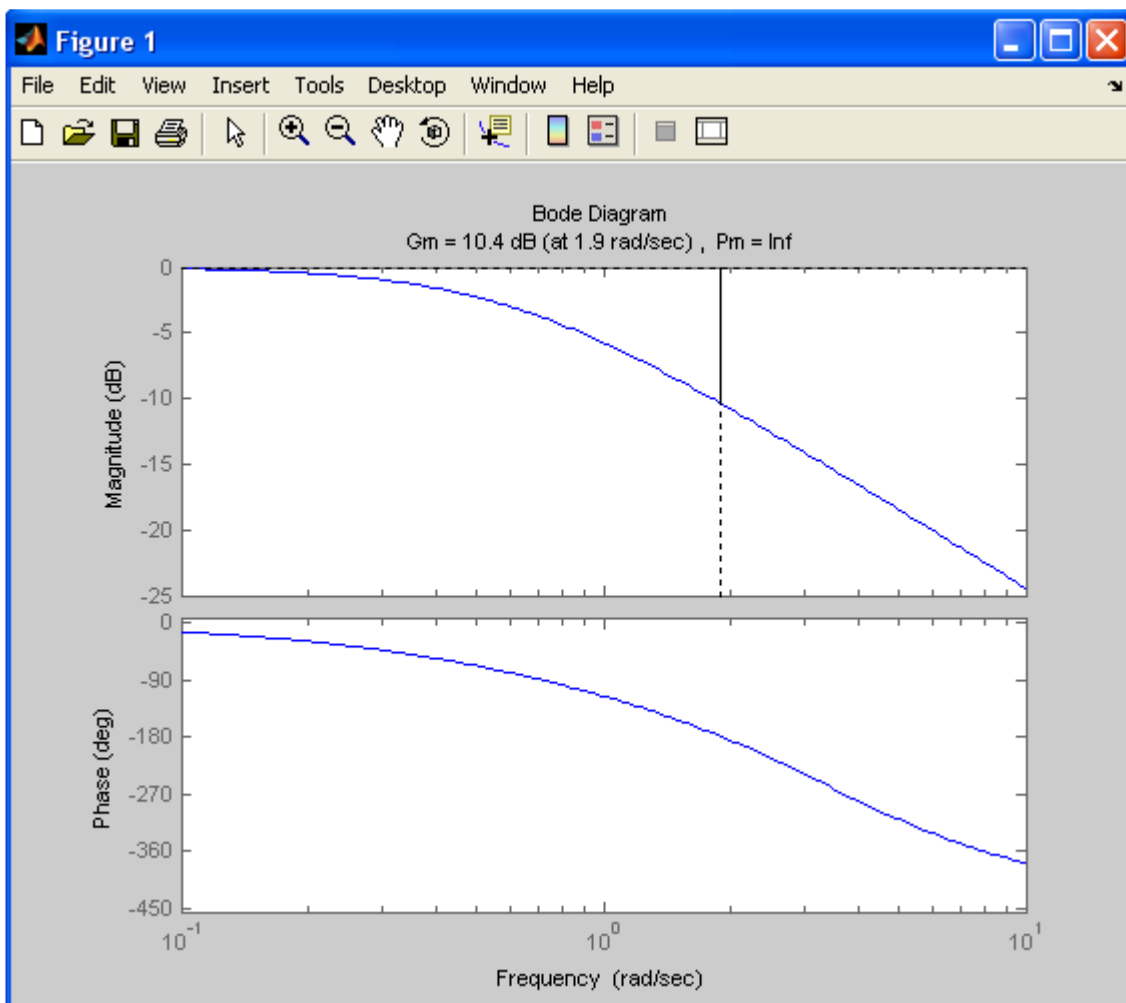


Рис. 4. 20. График функции Бode для замкнутой САР с запаздыванием, с указанием запасов устойчивости по модулю и по фазе
 $G_m = 10.4$ дБ – по модулю, $P_m = \text{Inf}$ – по фазе.

где Inf – системная переменная со значением машинной бесконечности

Амплитудно-фазовая характеристика

Амплитудно – фазовую характеристику называют диаграммой Найквиста. Она применяется для анализа устойчивости и определения запаса устойчивости (по модулю и фазе) по критерию Найквиста (рис. 4.21). Реализуется в системе MATLAB с помощью функции **nyquist ()**.
`nyquist(WZZ)`

Запас по модулю – величина, определяемая при фазовом сдвиге -180° и показывающая во сколько раз может быть увеличен коэффициент усиления системы, прежде чем она окажется на границе устойчивости, т. е. диаграмма Найквиста пройдет через точку $-1 + j0$. Из рис. 4. 21 запас по модулю чуть больше 3.

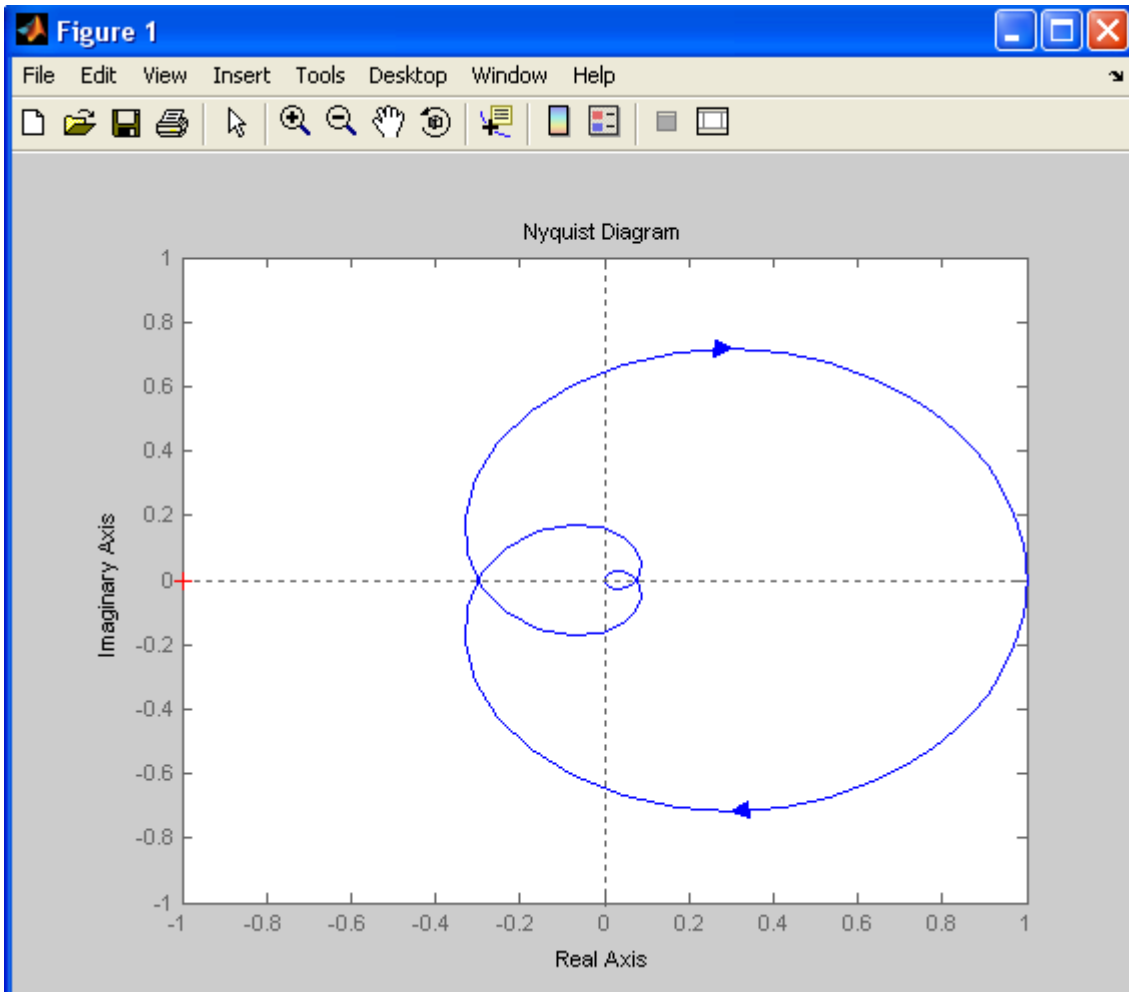


Рис. 4.21. График функции Найквиста для замкнутой САР с запаздыванием

Запас по фазе – величина, определяемая на частоте, при которой $|WZZ(j\omega)|=1$ и показывающая, какой дополнительный отрицательный фазовый сдвиг допустим в системе, прежде чем она окажется на границе устойчивости, т. е. диаграмма Найквиста пройдет через точку $-1+j\omega$. По графику 4. 21 запас устойчивости равен 1.

Запас по модулю и фазе можно определить с помощью функций MATLAB (рис. 4. 22).

```
>> [mag,phase,w]=bode(WZZ);
>> [Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w);
>> nyquist(WZZ);

>> title(['Gm=',num2str(Gm),',Pm=',num2str(Pm)])
```

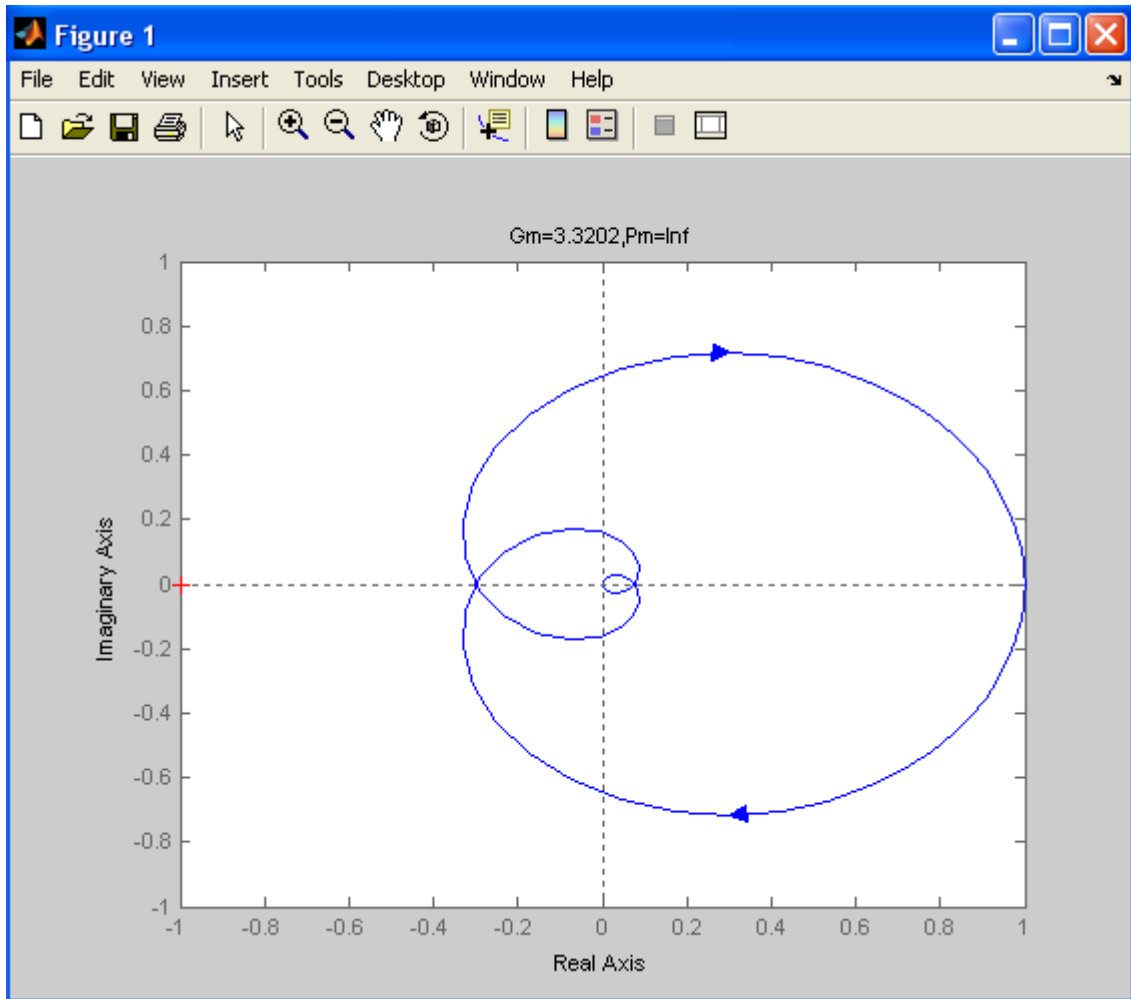


Рис. 4. 22. График функции Найквиста для замкнутой САР с запаздыванием, с указанием запасов устойчивости по модулю и по фазе.

$Gm = 3.3202$ – по модулю, $Pm = Inf$ – по фазе.

где Inf – системная переменная со значением машинной бесконечности.

Диаграмма Никольса

Сетка кривых линий на логарифмической амплитудно – фазовой диаграмме называется диаграммой Никольса. Линиями постоянных значений амплитуды M (показатель колебательности) соответствует децибелы, а линиям постоянных значений $N = \text{tg}\varphi$ – градусы.

Для построения диаграммы Никольса МАТЛАВ имеет специальную функцию **nichols()** рис (4. 23).

```
>> nichols(WZZ);
>> ngrid
```

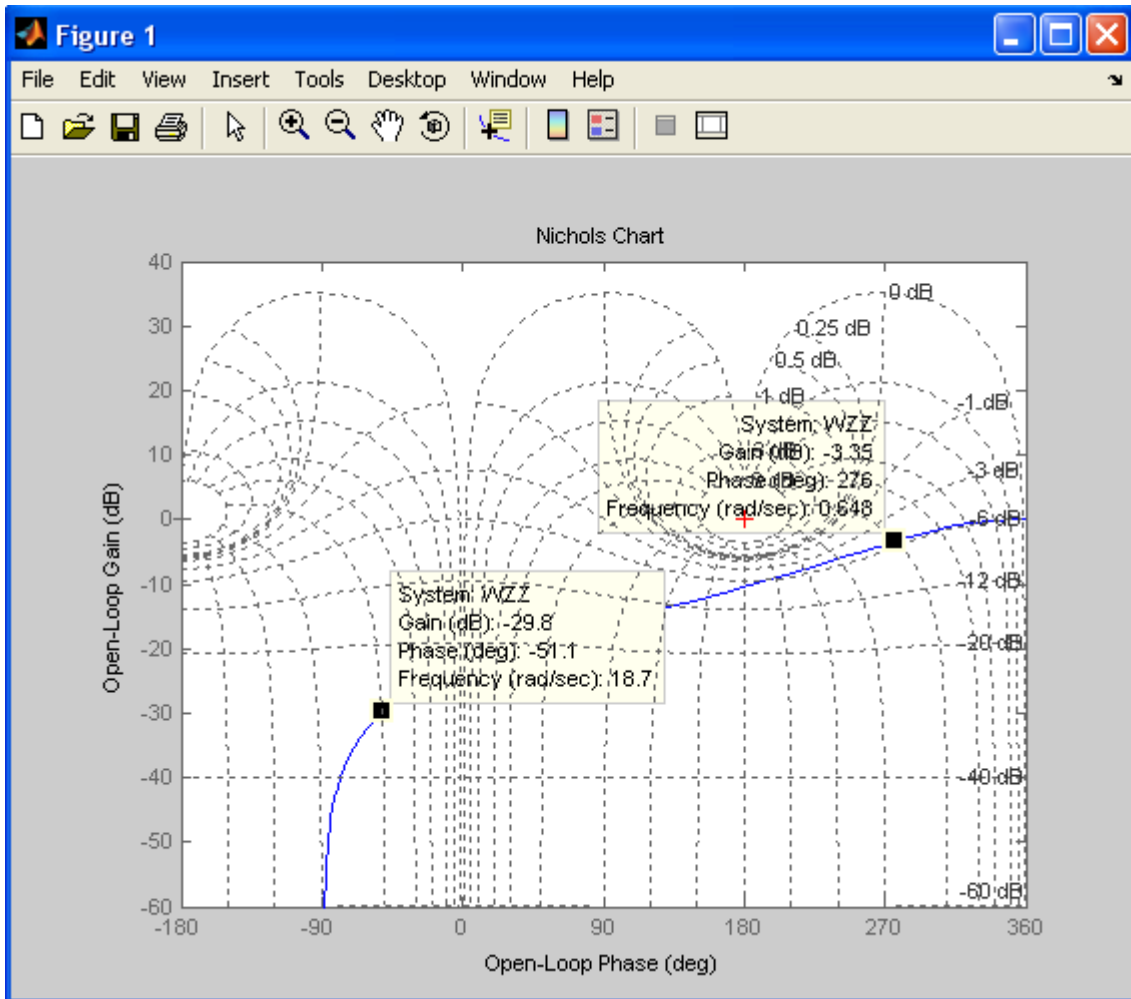


Рис. 4. 23. Диаграмма Никольса

Диаграмма Никольса (рис. 4. 23) позволяет определить амплитуду и фазу на любой частоте, а также провести синтез системы автоматического регулирования.

4.3. Основы Simulink

4.3.1 Начало работы в Simulink

Программа **Simulink** является приложением к пакету **MATLAB**. При моделировании с использованием **Simulink** реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым, пользователь на экране из библиотеки стандартных блоков создает модель устройства и осуществляет расчеты.

Для запуска программы необходимо предварительно запустить пакет **MATLAB**. В командной строке главного окна **MATLAB** напечатать **Simulink** и нажать клавишу **Enter** на клавиатуре. Это приводит к открытию окна обозревателя разделов библиотеки **Simulink** (рис. 4. 24).

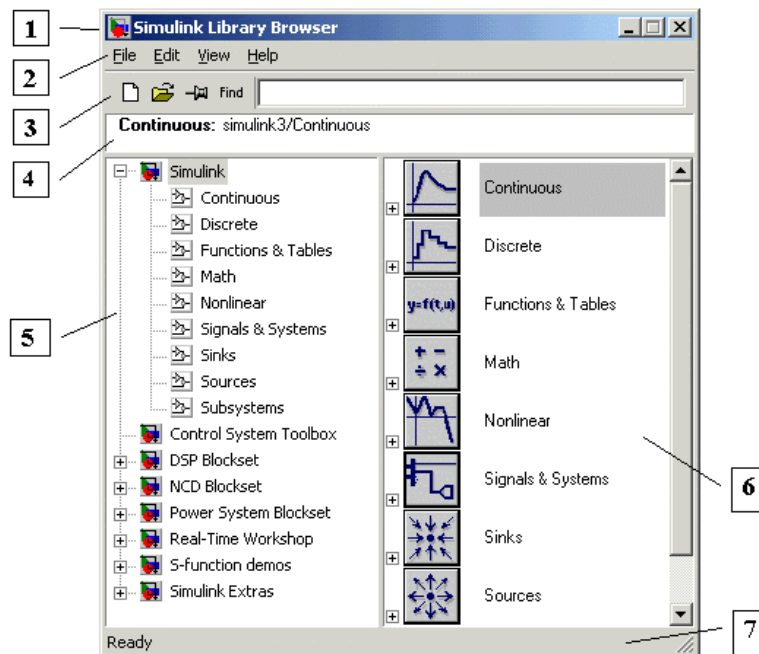


Рис 4. 24. Окно обозревателя разделов библиотеки Simulink

Окно обозревателя библиотеки блоков Simulink Library Browser содержит следующие элементы:

1. Заголовок с названием окна — Simulink Library Browser.
2. Панель меню — File, Edit, View, Help.
3. Панель инструментов с кнопками наиболее часто используемых опций меню.
4. Окно названия выбранного раздела библиотеки.
5. Список разделов библиотеки.

6. Окно для вывода содержимого раздела библиотеки (список подразделов или блоков библиотеки).
7. Строка состояния обозревателя.

4. 3. 2. Обзорщик разделов библиотеки Simulink

На рис. 4.24 выделена основная библиотека **Simulink** (в левой части окна) и показаны ее разделы (в правой части окна).

Библиотека **Simulink** содержит следующие основные разделы:

1. **Continuous** – линейные блоки.
2. **Discrete** – дискретные блоки.
3. **Functions & Tables** – функции и таблицы.
4. **Math** – блоки математических операций.
5. **Nonlinear** – нелинейные блоки.
6. **Signals & Systems** – сигналы и системы.
7. **Sinks** – регистрирующие устройства.
8. **Sources** — источники сигналов и воздействий.
9. **Subsystems** – блоки подсистем.

Список разделов библиотеки **Simulink** представлен в виде дерева, и правила работы с ним являются общими для списков такого вида:

- Пиктограмма свернутого узла дерева содержит символ «+», а пиктограмма развернутого содержит символ «-».
- Для того чтобы развернуть или свернуть узел дерева, достаточно щелкнуть на его пиктограмме левой клавишей мыши (ЛКМ).

При выборе соответствующего раздела библиотеки в правой части окна отображается его содержимое (Рис. 4. 25).

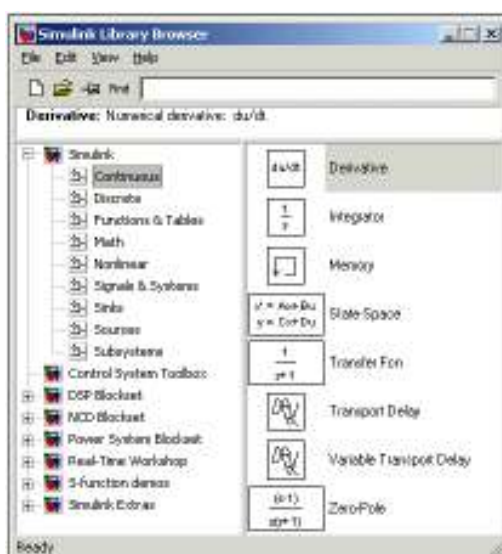


Рис 4. 25. Окно обозревателя с набором блоков раздела библиотеки

Для работы с окном используются команды собранные в меню. Меню обозревателя библиотек содержит следующие пункты:

- **File (Файл)** — Работа с файлами библиотек.
- **Edit (Редактирование)** — Добавление блоков и их поиск (по названию).
- **View (Вид)** — Управление показом элементов интерфейса.
- **Help (Справка)** — Вывод окна справки по обозревателю библиотек.

Полный список команд меню обозревателя библиотек приведен в табл.4.2.


Таблица 4.2

Система меню обозревателя библиотек программы Simulink

Команда	Назначение
Меню File (Файл)	
New	Открыть окно новой блок-диаграммы
	Model (Ctrl+N) Открыть окно для создания Simulink -модели.
	Library Открыть окно для создания новой библиотеки Simulink .
Open ... (Ctrl+O)	Открыть существующий mdl -файл. При выборе данного пункта открывается окно диалога, с помощью которого можно отыскать и открыть требуемый файл модели.
Close (Ctrl+W)	Закрыть окно модели (и соответствующий mdl -файл). В том случае, если модель изменялась, то перед закрытием окна MATLAB запросит подтверждение на закрытие файла.
Preferences...	Настройка Simulink . Задаёт параметры создаваемых моделей.
Меню Edit (Редактирование)	
Add to the current model	Добавить выделенный блок в текущую модель.
Find block...	Найти блок с заданным именем. Команда выводит окно с запросом имени блока.
Find next block...	Найти следующий блок с заданным именем. Эту же операцию выполняет и команда Find next в окне задания слова для поиска.
Меню View (Вид)	

Toolbar	Вывод/скрытие панели инструментов.
Status bar	Вывод/скрытие строки состояния.
Description	Вывод/скрытие окна сообщений.
Stay on top	Установка статуса окна обозревателя библиотек “поверх всех окон”.
Collapse entire Browser	Закрытие текущего раздела библиотеки.
Expand entire Browser	Раскрытие текущего раздела библиотеки.
Large icons	Отображение пиктограмм блоков в увеличенном размере.
Small icons	Отображение пиктограмм блоков в уменьшенном размере.
Show Parameters for selected block	Вывод окна установки параметров отмеченного блока.
Help (Справка)	
Help on the selected block	Справка по выделенному блоку.
Simulink help	Вывод окна справочной системы Simulink .
Tip of the day	Полезные советы каждый день.

4. 3. 3. Создание модели

Создать новый файл модели с помощью команды **File/New/Model**, или используя кнопку  на панели инструментов (здесь и далее, с помощью символа “/”, указаны пункты меню программы, которые необходимо последовательно выбрать для выполнения указанного действия). Вновь созданное окно модели показано на рис. 4. 26.

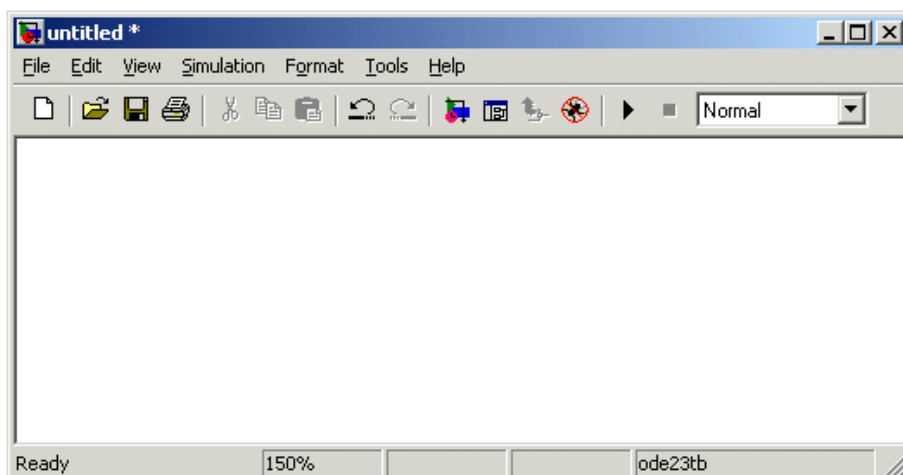


Рис 4. 26. Пустое окно модели

Окно модели содержит следующие элементы (см. рис. 4. 26):

1. Заголовок, с названием окна. Вновь созданному окну присваивается имя **Untitled** с соответствующим номером.
2. Меню с командами **File**, **Edit**, **View** и т.д.
3. Панель инструментов.
4. Окно для создания схемы модели.
5. Строка состояния, содержащая информацию о текущем состоянии модели.

Меню окна содержит команды для редактирования модели, ее настройки и управления процессом расчета, работы файлами и т.п.:

- **File (Файл)** — Работа с файлами моделей.
- **Edit (Редактирование)** — Изменение модели и поиск блоков.
- **View (Вид)** — Управление показом элементов интерфейса.
- **Simulation (Моделирование)** — Задание настроек для моделирования и управление процессом расчета.
- **Format (Форматирование)** — Изменение внешнего вида блоков и модели в целом.
- **Tools (Инструментальные средства)** — Применение специальных средств для работы с моделью (отладчик, линейный анализ и т.п.)
- **Help (Справка)** — Вывод окон справочной системы.

Полный список команд меню окна модели приведен в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Система меню окна модели

Команда	Назначение
Меню File (Файл)	
New	Открыть окно новой блок-диаграммы
	Model (Ctrl+N) Открыть окно для создания Simulink -модели.
	Library Открыть окно для создания новой библиотеки Simulink .
Open ... (Ctrl+O)	Открыть существующий mdl -файл. При выборе данного пункта открывается стандартная диалоговая панель файловой системы Windows , с помощью которой можно найти и открыть требуемый файл модели.
Close (Ctrl+W)	Закрыть окно блок-диаграммы (и соответствующий mdl -файл). В том

	случае, если в блок-диаграмму вносились изменения, которые не были сохранены в файле на диске, то перед закрытием окна MATLAB запрашивает подтверждение на закрытие файла.								
Save (Ctrl+S)	Сохранить (записать на диск) mdl -файл; если данный файл записывается впервые, то при выборе этой команды открывается стандартная диалоговая панель, с помощью которой пользователь может указать новое имя файла (вместо untitled) и каталог, в котором будет производиться запись; если же файл уже записывался на диск ранее, то при выполнении команды Save он будет сохранен под прежним именем и в том же каталоге (без открытия диалоговой панели).								
Save as...	Команда позволяет сохранить файл под новым именем или в другом каталоге; для ее выполнения также используется стандартная диалоговая панель Windows .								
Source Control...	Управление источниками сигналов.								
	<table border="1"> <tr> <td>Check in...</td> <td>Проверка входа. Позволяет ввести расширенное текстовое описание источника.</td> </tr> <tr> <td>Check out</td> <td>Проверка выхода. Позволяет ввести расширенное текстовое описание источника.</td> </tr> <tr> <td>Undo Check out</td> <td>Отмена проверки выхода.</td> </tr> <tr> <td>Preferences</td> <td>Команда выводит окно настроек пакета Simulink (окно Preferences) с открытой панелью General>Source control, что позволяет выбрать схему управления источниками.</td> </tr> </table>	Check in...	Проверка входа. Позволяет ввести расширенное текстовое описание источника.	Check out	Проверка выхода. Позволяет ввести расширенное текстовое описание источника.	Undo Check out	Отмена проверки выхода.	Preferences	Команда выводит окно настроек пакета Simulink (окно Preferences) с открытой панелью General > Source control , что позволяет выбрать схему управления источниками.
Check in...	Проверка входа. Позволяет ввести расширенное текстовое описание источника.								
Check out	Проверка выхода. Позволяет ввести расширенное текстовое описание источника.								
Undo Check out	Отмена проверки выхода.								
Preferences	Команда выводит окно настроек пакета Simulink (окно Preferences) с открытой панелью General > Source control , что позволяет выбрать схему управления источниками.								
Model Properties	Команда вызова компоненты управления версиями Simulink -модели.								
Print (Ctrl + P)	Команда обеспечивает вывод на печать блок-диаграмму модели и некоторую дополнительную информацию по ней. При выполнении этой команды открывается диалоговое окно, обеспечивающее настройку параметров печати								
Print setup	Команда настройки параметров вывода на печать. Установка параметров выполняется с помощью стандартной диалоговой панели Windows								
Exit MATLAB	Завершение работы с системой Matlab .								
Меню Edit (Редактирование)									
Undo	Отменить предыдущую команду редактирования. В некоторых случаях команда Undo может уточняться, например, после добавления в блок-диаграмму линии связи между блоками она называется Undo Add Line (Отменить добавление линии) . Если нельзя отменить предыдущее действие, то команда Undo заменяется сообщением Can't Undo .								
Redo	Отменить выполнение команды Undo . Эта команда также может видоизменяться (например, Redo Add Line), либо сообщать о невозможности отмены (Can't Redo).								
Cut	Вырезать (переместить в буфер обмена) один или несколько блоков. Со-								

	ответствующие блоки должны быть выделены.
Copy	Копировать один или несколько блоков. Копируемые блоки должны быть предварительно выбраны. Данная команда используется совместно с командой Paste .
Paste	Вставить копируемый или удаленный в буфер обмена участок модели. Для того чтобы указать позицию вставки, необходимо предварительно щелкнуть в соответствующей точке окна блок-диаграммы (этой точке будет соответствовать верхний левый угол вставляемой области).
Clear	Очистить (удалить) выделенную область. Область в буфере обмена не сохраняется, но может быть восстановлена с помощью команды Undo .
Select All (Ctrl + A)	Выделить все элементы блок-диаграммы.
Copy Model to Clipboard	Копировать модель в буфер обмена. Запись графического изображения блок-диаграммы в буфер обмена Windows для передачи в другие Windows -приложения в качестве графического объекта.
Find ... (Ctrl + F)	Поиск объекта в модели
Block Parameters...	Вызов диалогового окна для установки параметров выбранного блока.
Block Properties...	Вызов диалогового окна для установки дополнительных атрибутов выбранного блока.
Signal Properties	<p>Вызов окна диалога окна для установки атрибутов сигнала, передаваемого по выбранной линии связи. Окно содержит следующие элементы:</p> <ul style="list-style-type: none"> • текстовое поле Signal Name (Имя сигнала), предназначенное для ввода имени (текстового атрибута) сигнала; метка отображается в блок-диаграмме рядом с соответствующей линией связи, • текстовое поле Description (Описание), позволяющее вводить пояснения к данному сигналу, • текстовое поле Document Link (Связь с документом), в котором вводится выражение (команда) MATLAB, формирующее ссылку на источник дополнительной информации по данному сигналу, • флажок Simulink Global (Test Point) (Визуализация контрольной точки). <p>Если он установлен, то во время моделирования соответствующая линия связи “подсвечивается” при наличии в ней сигнала.</p>
Create Subsystem (Ctrl + G)	Создать подсистему. По этой команде выбранная часть модели (один или несколько блоков) “сворачиваются” в подсистему, и заменяются в блок-диаграмме одним блоком — Subsystem..
Mask	Маскировать подсистему. Команда обеспечивает вызов редактора “мас-

Subsystem... (Ctrl + M)	<p>ки” подсистемы. Команда становится доступна, если в модели выделена подсистема (блок типа Subsystem). Маскированная подсистема — это подсистема, используемая в модели как один неделимый блок, содержимое которого скрыто под “маской”, с помощью которой осуществляется задание параметров подсистемы.</p> <p>Если выделенная подсистема уже имеет “маску”, т. е. является маскированной, то команда Mask Subsystem принимает вид Edit Mask.</p>				
Look Under Mask (Ctrl + U)	<p>Заглянуть под маску. Команда открывает окно блок-диаграммы маскированной подсистемы. Команда доступна только в том случае, если выбранный блок является маскированной подсистемой</p>				
Link options	<p>Настройка связей блока</p>				
	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="419 705 667 898"> Go To Library Link </td> <td data-bbox="667 705 1447 898"> <p>Перейти к связанной библиотеке. Команда открывает раздел библиотеки, к которому относится выделенный блок; доступна только в том случае, если блок взят из библиотеки пользователя или из раздела Simulink Extras.</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="419 898 667 1095"> Disable Link </td> <td data-bbox="667 898 1447 1095"> <p>Разорвать связь с библиотекой. Команда позволяет сделать библиотечный блок "независимым", не связанным с библиотекой, что дает возможность его редактирования. Данная команда работает для тех же разделов библиотеки, что и предыдущая.</p> </td> </tr> </table>	Go To Library Link	<p>Перейти к связанной библиотеке. Команда открывает раздел библиотеки, к которому относится выделенный блок; доступна только в том случае, если блок взят из библиотеки пользователя или из раздела Simulink Extras.</p>	Disable Link	<p>Разорвать связь с библиотекой. Команда позволяет сделать библиотечный блок "независимым", не связанным с библиотекой, что дает возможность его редактирования. Данная команда работает для тех же разделов библиотеки, что и предыдущая.</p>
Go To Library Link	<p>Перейти к связанной библиотеке. Команда открывает раздел библиотеки, к которому относится выделенный блок; доступна только в том случае, если блок взят из библиотеки пользователя или из раздела Simulink Extras.</p>				
Disable Link	<p>Разорвать связь с библиотекой. Команда позволяет сделать библиотечный блок "независимым", не связанным с библиотекой, что дает возможность его редактирования. Данная команда работает для тех же разделов библиотеки, что и предыдущая.</p>				
Unlock Library	<p>Разблокировать библиотеку. Команда доступна только в окне библиотеки (Library). После ее выполнения становится возможным редактирование соответствующего раздела, при этом на месте команды выводится признак Library Unlocked (Библиотека разблокирована), который сохраняется до закрытия окна редактируемого раздела.</p>				
Update Diagram (Ctrl + D)	<p>Обновить окно модели. Команду необходимо использовать в следующих случаях:</p> <ul style="list-style-type: none"> • после изменения библиотечных блоков, копии которых используются в модели; • после добавления в конфигурацию MATLAB нового раздела библиотеки, блоки из которого используются в открытой модели; • после изменения параметров одного или нескольких блоков модели из командного окна MATLAB; • после изменения S-функции, используемой в модели (при добавлении или удалении входных и/или выходных портов соответствующего блока). 				
Меню View (Вид)					
Go to Parent	<p>Переход из подсистемы в систему высшего уровня иерархии (“родительскую систему”). Команда доступна только, если открыта подсистема.</p>				

Toolbar	Показать/скрыть панель инструментов	
Statusbar	Показать/скрыть строку состояния	
Model Browser Options	Параметры обозревателя модели.	
	Model Browser	Вызов обозревателя модели
	Show Library Links	Показывать в окне обозревателя библиотечные подсистемы, то есть подсистемы, созданные пользователем и включенные им в состав собственной библиотеки. При выборе этой команды окно блок-диаграммы модели дополняется подокном, отображающим ее иерархическую структуру в виде дерева
	Show Masked Subsystems	Показывать в окне обозревателя маскированные подсистемы.
Block Data Tips Options	Справка по параметрам блока. Содержит команды управления всплывающей подсказкой (tips) для блоков модели. О том, что соответствующий режим установлен, свидетельствует маркер в виде птички. Подсказка появляется на экране, если задержать на некоторое время указатель мыши над пиктограммой блока.	
	Block name	Показывать название блока
	Parameter names and values	Показывать имена и значения параметров настройки блока.
	User description string	Показывать описание блока заданное пользователем с помощью команды Edit/Block Properties...
Show Library Browser	Показывать окно обозревателя библиотек блоков.	
Zoom In	Увеличить масштаб. Увеличить масштаб изображения блок диаграммы; каждое обращение к команде дает увеличение масштаба в полтора раза (на 50%).	
Zoom Out	Уменьшить масштаб. Уменьшить масштаб изображения блок-диаграммы; каждое обращение к команде дает уменьшение масштаба в полтора раза.	
Fit system to view	Подготовить систему для просмотра. Увеличить масштаб изображения выбранного элемента блок-диаграммы. Команда обеспечивает N-кратное увеличение (кратность увеличения зависит от исходного размера элемента), и позиционирует элемент по центру окна блок-диаграммы. Повторное применение дополнительного эффекта не дает.	
Normal (100%)	Восстановить стандартный масштаб изображения.	
Меню Simulation (Моделирование)		

Start	Начать моделирование. При запуске модели команда Start заменяется командой Pause , которая позволяет приостановить сеанс моделирования. Кроме того, становится доступной команда Stop , расположенная ниже. При прерывании моделирования с помощью команды Pause она заменяется альтернативной командой — Continue .
Stop	Завершить моделирование. Позволяет остановить моделирование досрочно, то есть либо до истечения заданного интервала моделирования, либо до реализации предусмотренных условий окончания сеанса моделирования. Команда становится доступной после запуска модели на исполнение
Simulation parameters ...	По данной команде открывается диалоговое окно настроек параметров моделирования.
Normal	Обычный (не ускоренный) режим расчета. Команда доступна, если установлено приложение Simulink Performance Tool .
Accelerator	Ускоренный режим расчета. Команда доступна, если установлено приложение Simulink Performance Tool . В этом режиме, после запуска модели на исполнение, создается исполняемый файл модели в виде динамической библиотеки (файл с расширением dll). В результате скорость расчета возрастает в несколько раз. Ускоренный режим расчета не поддерживается для моделей имеющих замкнутые алгебраические контуры.
Меню Format (Форматирование)	
Font...	Выбор шрифта для текстовой информации, отображаемой блоком.
Text Alignment	Выравнивание текста. Задаёт способ расположения текста в текстовой области.
Flip Name	Изменить положение имени блока (над или под изображением блока).
Hide Name/	Скрыть/показать имя блока.
Show Name	
Flip Block	Развернуть изображение блока относительно вертикальной оси симметрии на 180°.
Rotate Block	Повернуть изображение блока относительно вертикальной оси симметрии на 90° (по часовой стрелке).
Show/Hide Drop Shadow	Показать/скрыть “тень” блока.
Hide/Show Port Labels	Скрыть/показать метки портов блока. Данная команда применима только к блокам-подсистемам (Subsystem), содержащим внутренние входные или выходные порты, то есть блоки In и Out . Если такие блоки имеются в подсистеме, то их метки по умолчанию выводятся на пиктограмме блока-подсистемы.
Foreground Color	Основной цвет. Выбор цвета контура и символов на пиктограмме выбранного блока (группы блоков).

Background Color	Цвет фона. Выбор цвета фона пиктограммы выбранного блока (группы блоков).	
Screen Color	Выбор цвета фона блок-диаграммы.	
Library Link Display	Отображение связей с библиотеками.	
Sample Time Colors	Подсветка блоков, управляемых параметром Sample time . Блоки, работа которых зависит от величины шага модельного времени, а также соединяющие их линии связи при выполнении данной команды выделяются на блок-диаграмме красным цветом.	
Wide nonscalar lines	Широкие линии связи для не скалярных величин. Линии связи, по которым передаются векторные и матричные величины, выводятся более “жирными”.	
Signal dimensions	Размерность векторных и матричных линий связи. Для векторных или матричных линий связи выводится в цифровой форме размерность передаваемого сигнала, то есть число элементов вектора.	
Port Data Types	Тип порта. Рядом с линиями связи отображаются наименования типов данных, установленных для портов, с которыми они соединены.	
Storage class	Класс памяти.	
Execution order	Вывод порядкового номера блока в последовательности выполнения расчета.	
Tools (Инструментальные средства)		
Data explorer...	Обозреватель данных. Позволяет просмотреть значения переменных находящихся в рабочей области MATLAB .	
Simulink debugger...	Отладчик моделей. Позволяет в пошаговом режиме протестировать модель.	
Data Class Designer...	Инструмент создания классов данных.	
Model differences...	Сравнение моделей.	
	Merge/Compare two models...	Объединить/Сравнить две модели.
	Compare to last saved model...	Сравнить текущее состояние модели с вариантом, который был сохранен на диске в последний раз.
Profiler	Создание отчета о процессе моделирования. Команда должна быть выполнена до начала процесса моделирования. По окончании моделирования создается и выводится на экран отчет в котором можно просмотреть временные затраты при выполнении расчета.	
Coverage Setting...	Открытие окна настроек отчета по моделированию.	
Linear Analysis...	Исследование линейных стационарных систем. Команда доступна, если	

	установлен инструмент Control System Toolbox (Приложение к MATLAB для исследования и разработки систем управления).
Help (Справка)	
Simulink help	Справка по работе с программой Simulink .
Blocks	Справка по выделенному блоку или библиотеке блоков в целом.
Shortcuts	Справка по управлению программой Simulink с помощью нажатия комбинаций клавиш.
S-functions	Справка по созданию S-функций.
Demos	Запуск системы демонстрационных примеров.
About Simulink	Вывод окна с номером версии Simulink .

Для расположения блоков в окне модели, необходимо открыть соответствующий раздел библиотеки (Например, **Sources - Источники**). Далее, указав курсором на требуемый блок и нажав на левую клавишу “мыши” - “перетащить” блок в созданное окно. Клавишу мыши нужно держать нажатой. На Рис 4.27. показано окно модели, содержащее блоки.

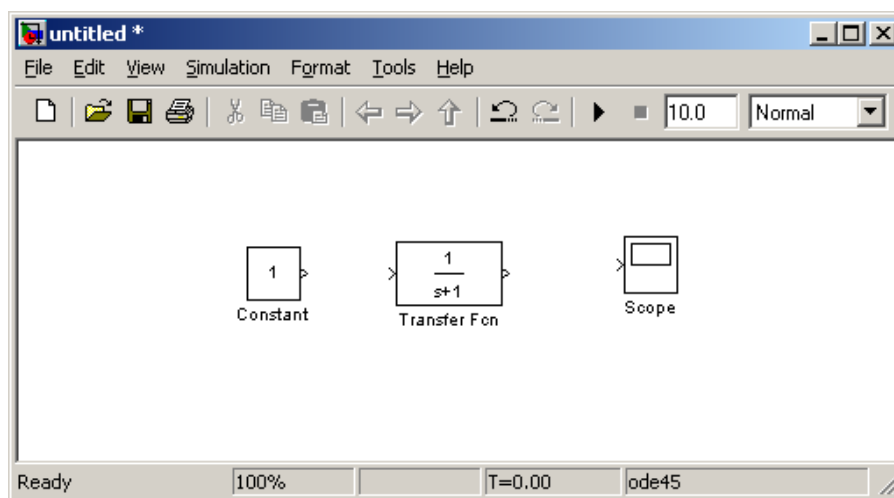


Рис. 4.27 Окно модели, содержащее блоки

Для удаления блока необходимо выбрать блок (указать курсором на его изображение и нажать левую клавишу “мыши”), а затем нажать клавишу **Delete** на клавиатуре.

Для изменения размеров блока требуется выбрать блок, установить курсор в один из углов блока и, нажав левую клавишу “мыши”, изменить размер блока (курсор при этом превратится в двухстороннюю стрелку).

Для соединения блоков необходимо указать курсором на “выход” блока, а затем, нажав и, не отпуская левую клавишу “мыши”, провести линию к входу

другого блока. После чего отпустить клавишу. В случае правильного соединения изображение стрелки на входе блока изменяет цвет. Для создания точки разветвления в соединительной линии нужно подвести курсор к предполагаемому узлу и, нажав *правую* клавишу “мыши”, протянуть линию. Для удаления линии требуется выбрать линию (так же, как это выполняется для блока), а затем нажать клавишу **Delete** на клавиатуре. Схема модели, в которой выполнены соединения между блоками, показана на рис. 4. 28.

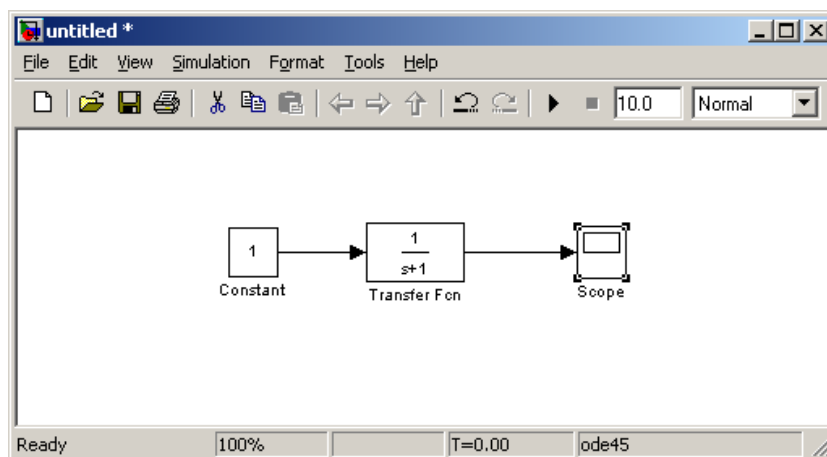


Рис. 4. 28. Схема модели

Для изменения параметров любого блока нужно дважды щелкнуть левой клавишей “мыши”, указав курсором на изображение блока. Откроется окно редактирования параметров данного блока. При задании численных параметров следует иметь в виду, что в качестве десятичного разделителя должна использоваться точка, а не запятая. После внесения изменений нужно закрыть окно кнопкой **ОК**. На рис. 4.29 в качестве примера показаны блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров данного блока.

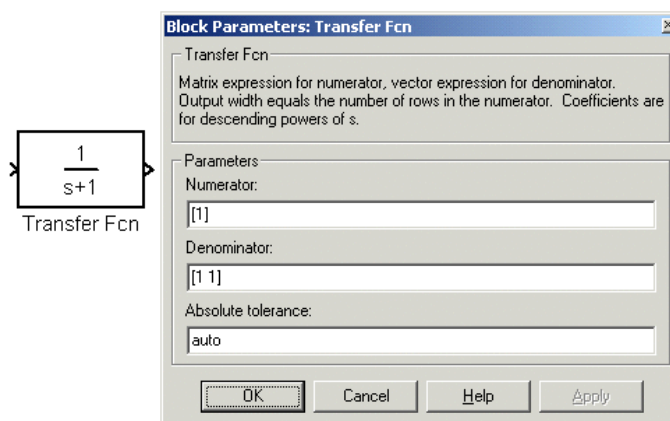


Рис. 4. 29. Блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров блока

Например, необходимо смоделировать передаточную функцию вида:

$$W(p) = \frac{2p + 1.5}{3p^2 + 0.5p + 1},$$

тогда окно параметров блока моделирующего передаточную функцию будет выглядеть как показано на рис. 4. 30.

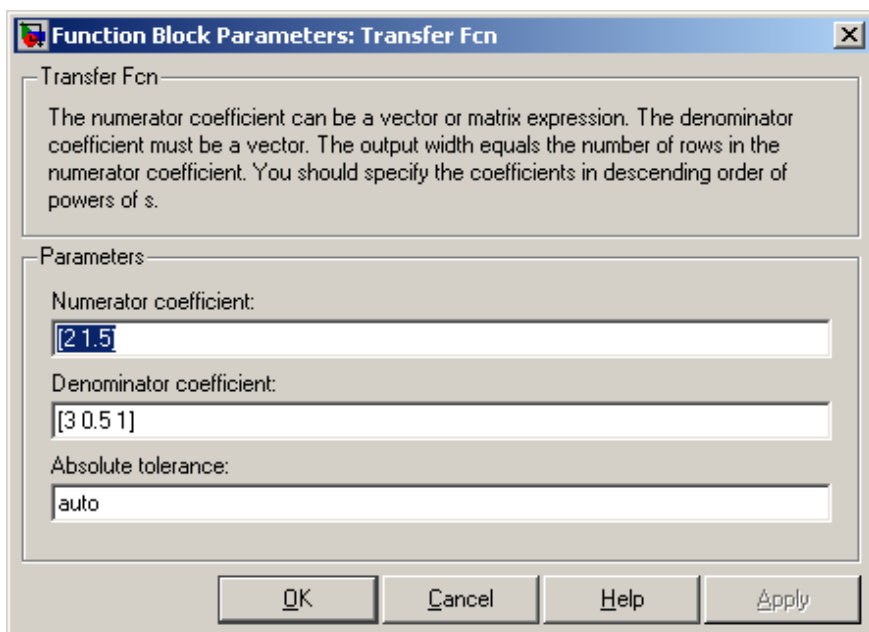


Рис. 4.30. Окно параметров блока моделирующего передаточную функцию
А полученная модель примет вид (рис. 4.31):

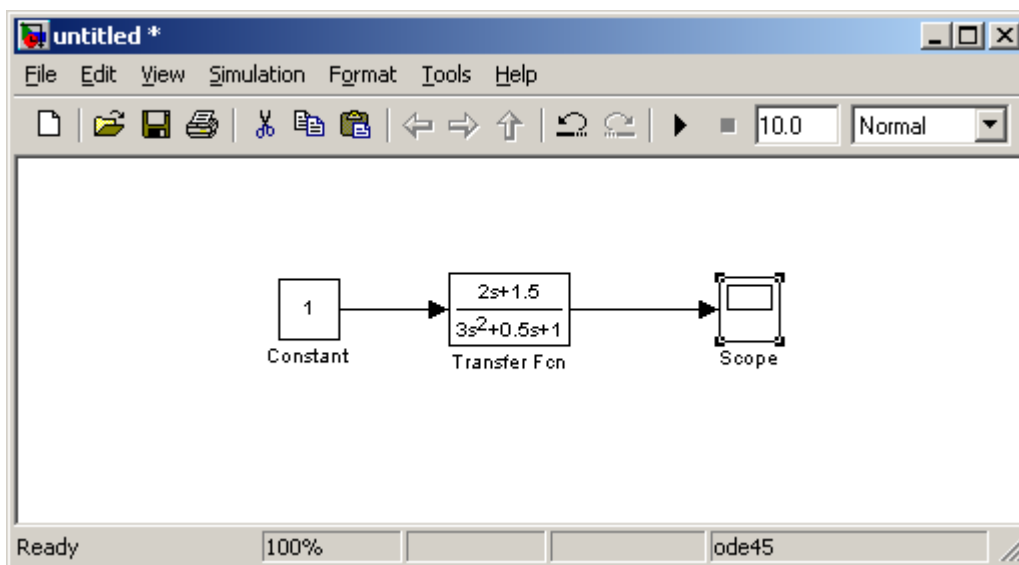


Рис. 4.31 Модель передаточной функции

В модели рис. 4. 31 блок Constant служит источником постоянного единичного сигнала, блок Transfer Fcn реализует заданную передаточную функцию, а блок Scope необходим для отображения результатов расчёта модели. Для расчёта модели надо набрать **Simulation/Start**, для просмотра результата надо дважды щёлкнуть левой кнопкой мыши по блоку Scope. При необходимости можно увеличить время расчёта Stop time, с 10 секунд по умолчанию до, например, 50, этот параметр задаётся в окне **Simulation/Configuration Parameters**. После повтора расчёта результат выглядит как показано на рис. 4. 32.

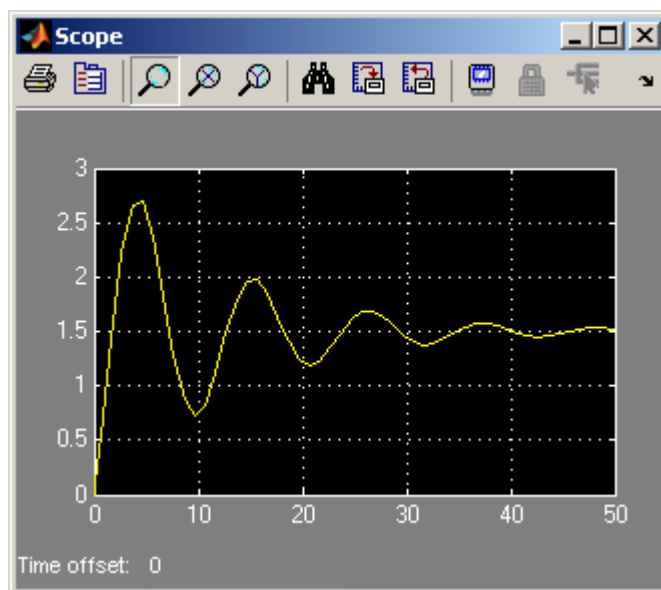


Рис. 4.32.

4. 3. 4. Построение динамических характеристик

Для построения ЛАХ и ЛФХ, переходного процесса нужно воспользоваться функцией Linear Analysis. Для этого нужно выставить метку Input Point щёлкнув правой кнопкой мыши по стрелке, перед блоком Transfer Fcn, и набрать Linearization Points/Input Point. Аналогично выставляется метка Output Point (рис. 4.33).

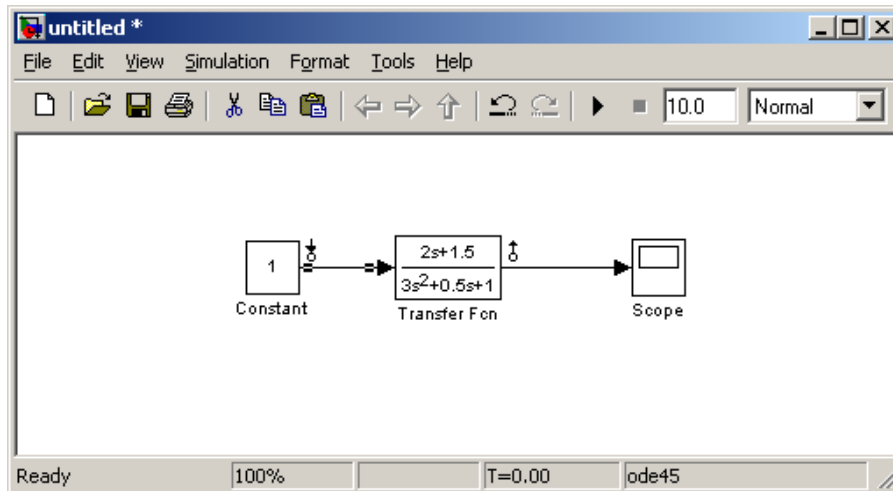


Рис. 4. 33.

Теперь, набрав команду Tools/Control Design/ Linear Analysis, в открывшемся окне Control and Estimation Tools Manager, нажимаем на кнопку Linearize Model и получаем окно с графическим отображением динамических характеристик (рис. 4.34).

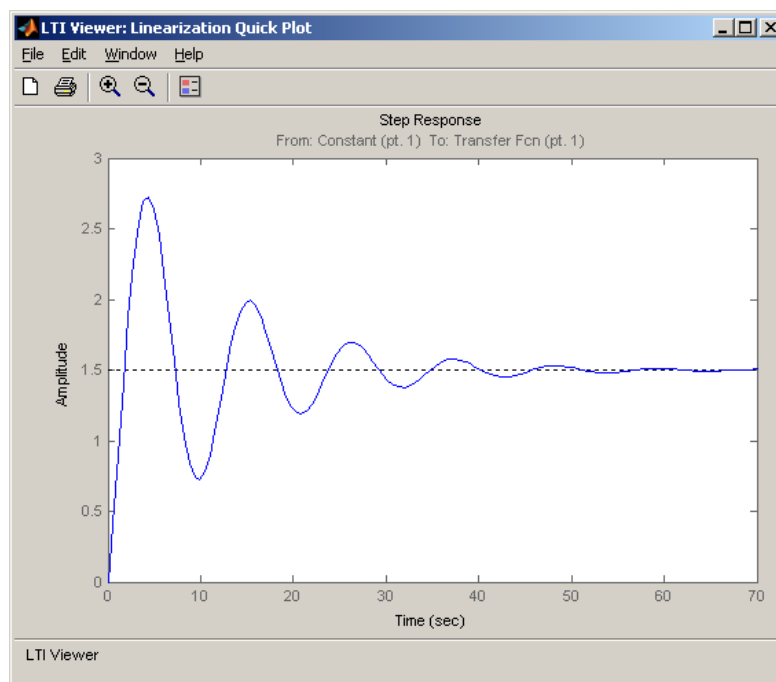


Рис. 4. 34. Переходный процесс

Для переключения между графиками надо щёлкнуть правой кнопкой мыши по графику и выбрать из подменю Plot Types/ необходимый график (рис. 4. 35).

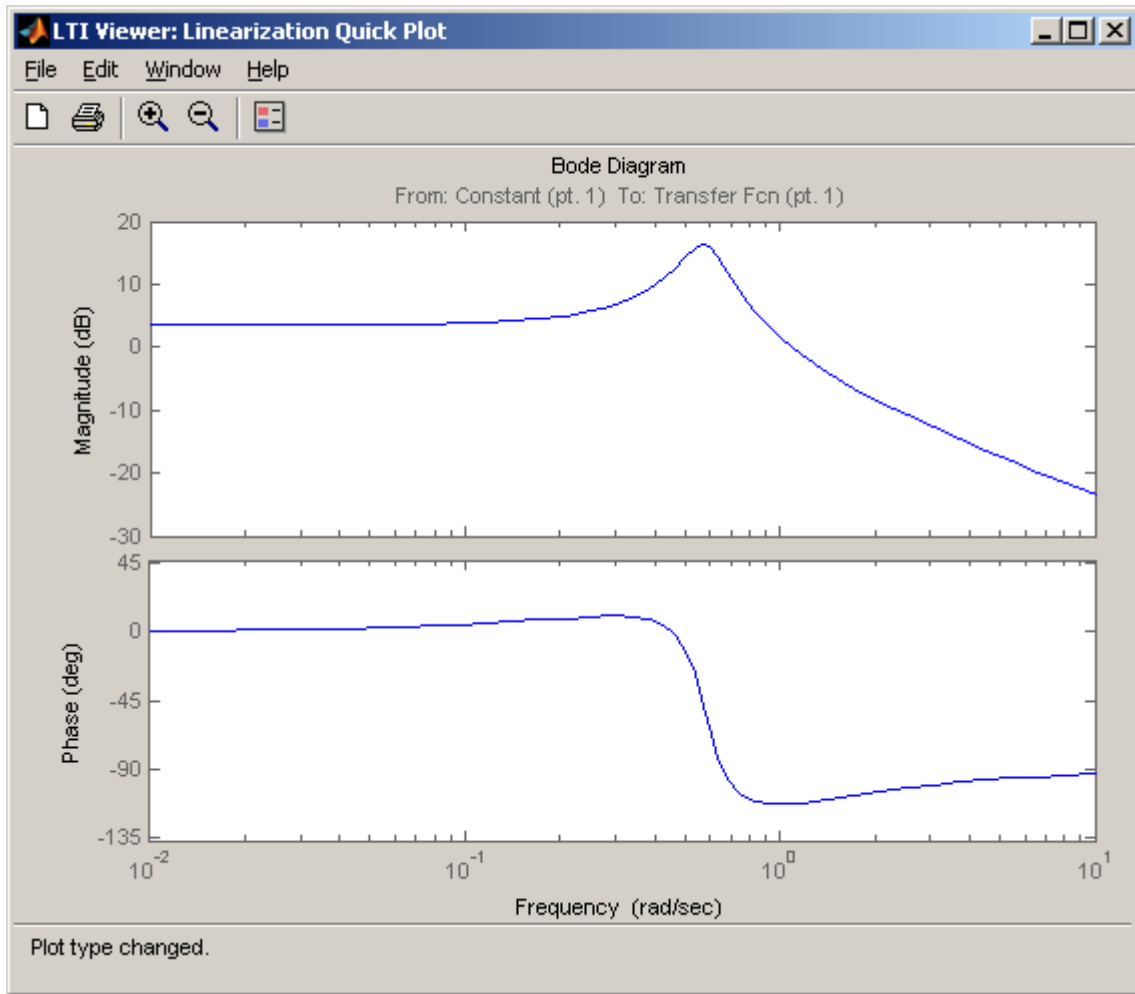


Рис. 4. 35. Частотная характеристика – диаграмма Боде

Изображение по Лапласу некоторых функций времени.

Оригинал	Изображение Лапласа
$A = const$	A
$1(t)$	$\frac{1}{p}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
e^{-nt}	$\frac{1}{p+n}$
$\frac{1}{n}(1 - e^{-nt})$	$\frac{1}{p(p+n)}$
te^{-nt}	$\frac{1}{(p+n)^2}$
$\sin wt$	$\frac{w}{p^2 + w^2}$
$e^{-nt} \sin wt$	$\frac{w}{(p+n)^2 + w^2}$
$\cos wt$	$\frac{p}{p^2 + w^2}$
$e^{-nt} \cos wt$	$\frac{p+n}{(p+n)^2 + w^2}$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: «Профессия» 2003. - 746 с.
2. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления СПб.: «Политехника» 1998. – 301 с.
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007 – 312 с.
4. Лурье Б.Я., Энрайт Дж. Классические методы автоматического управления. СПб.: БХВ – Петербург 2004. – 624 с.
5. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные систем. – СПб.: «Питер», 2005. – 333 с.
6. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления – М.: Наука 1988. -301с.
7. Савин М.Н., Елсуков В.С., Пятина О.Н. Теория автоматического управления под ред. В.И. Лачина. – Ростов на Дону.: Феникс 2007. – 470 с.
8. Спиридонов Е.В., Яхонтов Ю.К. Анализ и синтез линейных систем автоматического управления: методические указания, СПб: СПбГЛТА, 1994.
9. Спиридонов Е.В., Яхонтов Ю.К. Анализ и синтез нелинейных систем автоматического управления: методические указания, СПб: СПбГЛТА, 1993.
10. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб: «БХВ-Петербург», 2006. – 255 с.
11. Закиричный В.С., Яхонтов Ю.К. Расчет линейных систем автоматического управления. Методические указания по выполнению курсового проекта. СПб., 1999.
12. Дьяконов В.П., Круглов В.В. MATLAB 6.5 SP1/7/7 SP1/7 SP2. SIMULINK 5/6. Инструменты искусственного интеллекта и биоинформатики. Москва. СОЛОН-ПРЕСС. 2006. – 453 с.
13. Черных И.В. SIMULINK среда создания инженерных приложений. Москва. «ДИАЛОГ-МИФИ» 2004. – 491 с.
14. Черных И. В. "Simulink: Инструмент моделирования динамических систем". <http://matlab.exponenta.ru/simulink/book1/index.php>.
15. Половко А.М., Бутусов П.Н. MATLAB для студента. Санкт-Петербург. «БХВ-Петербург». 2004. – 319 с.
16. Втюрин В. А., Родионов Д. А. Автоматизированные системы управления технологическими процессами. Методические указания к практическим занятиям. СПб. 2008. – 85 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Часть 1	4
1. 1. Задание на исследование линейной САР.....	4
1. 2. Указания к проектированию	6
1.2.1 Составление передаточных функций САР.....	6
1.2.2 Построение ЛАХ и ЛФХ исходной САР	7
1.2.3 Предварительная оценка качества регулирования.....	9
1.2.4 Корректирование переходного процесса	9
1.2.5 Пример корректировки системы по ЛАХ и ЛФХ	12
1.2.6.Составление уравнения состояния скорректированной САР в нормальной форме.....	19
1. 2. 7.Фундаментальная матрица. Методы составления фундаментальной матрицы.....	22
1. 2. 8. Составление уравнений состояния скорректированной САР в канонической форме.....	25
1. 2. 9. Оценка качества регулирования по кривой переходного процесса.....	28
1. 2. 10. Оценка точности САР в установившемся режиме	29
1. 2. 11. Нахождение фундаментальной матрицы с помощью MATLAB	29
Часть 2 Расчет нелинейных систем автоматического управления.....	33
2.1 Задание на исследование нелинейной САР.....	33
2.2 Указание к исследованию.....	34
2.2.1 Составление структурной схемы нелинейной САР.....	34
2.2.2 Исследование системы по методу гармонического баланса	35
2.2.3 Построение переходного процесса в нелинейной системе.....	38
2. 3. Пример исследования нелинейной САР по методу гармонического баланса.....	44
Часть 3 Исследование САУ на предмет чувствительности и оптимальности..	44
3. 1. Оптимизация САУ с помощью методов принятия решений.....	44
3. 2. Порядок сравнения.....	45
3. 3. Чувствительность САУ.....	54
3. 4. Расчет чувствительности частотных характеристик.....	57
Часть 4	61
4. 1. Основы работы в MATLAB 4.1.1. Назначение системы MATLAB.....	61
4. 1. 2. Операции строчного редактирования	61
4. 1. 3. Форматы чисел	62
4. 1. 4. Операторы и функции.....	62
4. 1. 5. Применение оператора: (двоеточие).....	64
4. 1. 6. Особенности матричных систем MATLAB.....	64

4. 2. Основы графических работ в MATLAB	68
4. 2. 1. Основы двумерной графики MATLAB	68
4. 2. 2. Основы форматирования графиков	72
4. 2. 3. Построение годографов	75
4. 2. 4. Образование передаточной функции замкнутой и разомкнутой системы	77
4.3. Основы Simulink	92
4.3.1. Начало работы в Simulink	92
4.3.2. Обзор разделов библиотеки Simulink	93
4.3.3. Создание модели	95
4.3.4. Построение динамических характеристик	106
Приложение 1	109
Библиографический список	110