УДК 630* 5

**С.М. Базаров, Ю.И. Беленький, И.В. Бачериков, Д.А. Ильюшенко,
М.В. Базарова, Нгуен Фук Зюи**

СОЛИТОННАЯ МОДЕЛЬ ЕСТЕСТВЕННОГО РОСТА ДРЕВОСТОЕВ ЛЕСА

Введение. Устойчивое использование лесных ресурсов является важной народнохозяйственной проблемой, решение которой связано с оптимизацией многокритериальной целевой функции, зависящей от продуктивной способности леса, его жизнеспособности, защитной функции, биологического разнообразия, социально-экономического состояния, характеристическая оценка которых во многом определяется ростом лесных насаждений. Поэтому раскрытие достоверных закономерностей динамики роста древостоев леса актуально и востребовано.

Процессы развития организмов и их сообществ представлены в достаточно большом количестве работ [Алексеев, 1988; Зотин и др., 1993; Карманова, 1976; Кофман, 1986], их аналитическое исследование сводится к построению многопараметрических эмпирических моделей, замыкаемых опытными данными. В то же время установлено, что графики, описывающие динамику таких таксационных показателей деревьев как диаметр, высота, объем биомассы, должны выходить из начала координат, увеличиваться и иметь асимптотическое значение во времени.

Поэтому становится необходимым построение представления формирования динамической структуры леса как проявление общей закономерности фазового развития природных пространственно-временных систем.

Целью исследования является построение представления формирования динамической структуры леса как проявление общей закономерности фазового развития природных пространственно-временных систем, необходимой для реализации принципа гармонии при управлении лесными ресурсами.

Методы исследования заключаются в аналитическом построении картины фазового представления динамики роста древостоев леса на основе решения нелинейных колебаний, которые раскрывают устойчивые фазовые образования природных пространственно-временных структур.

Результаты исследования. Колебания (и волны) являются одними из основных динамических состояний природы, они присуще механическим, электромагнитным, химическим, биологическим, экономическим и другим явлениям; поэтому раскрытие их общей динамики фазовой закономерности развития необходимо для понимания единства природы и её эволюции.

В теории колебаний (и волн) различают *линейные и нелинейные* колебания, нелинейность является неотъемлемым свойством любой системы, эволюционирующей во времени.

Солитонами называются устойчивые фазовые динамические структуры, которые получаются в результате решения нелинейных уравнений колебаний (*и волн*) [Филиппов, 1986]. Отметим, что асимптотичная структура солитонов как нельзя лучше соответствует динамике развития таксационных показателей деревьев.

Согласно современным представлениям солитоны играют важную роль в процессе эволюции природы [Филиппов, 1986; Базаров, 2017; Рабинович и др., 1984]. Поэтому возможный анализ естественного роста древостоев лесной структуры с позиции теории нелинейных колебаний покажет их общность с множеством природных явлений.

Линейные колебания. Приведем несколько примеров гармонических осцилляторов (малые колебания относительно равновесного состояния) различной физической природы [Пейн, 1979; Рабинович и др., 1984].

– *Маятник* (тело прикреплено к концу стержня и колеблется около точки подвеса, рис. 1).

Уравнение движения маятника

$$m\, d^2x / dt^2 + mgx/l = 0$$

и в фазовом представлении

$$d^2\varphi / dt^2 + \omega^2_0\, \varphi = 0, \quad \omega^2_0 = g / l, \quad \varphi = x / l,$$

здесь m, x, l, g, φ – соответственно масса тела, координата отклонения от точки подвеса, длина стержня, ускорение свободного падения, фаза.

– *Крутильный маятник* (диск прикреплен к стержню и закручивается в своей плоскости, рис. 2).

Уравнение фазового движения крутильного маятника имеет вид

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0\, \varphi = 0, \; \omega^2_0 = c / I,$$

здесь I, c – соответственно момент инерции, жесткость стержня.

– *Пружинные колебания* (тело прикреплено пружиной к стенке и колеблется, рис. 3).

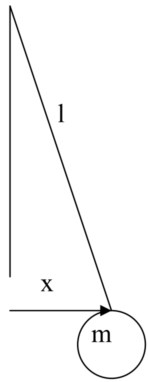

Рис. 1. Маятник
Fig. 1. Pendulum

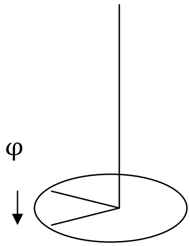

Рис. 2. Крутильный маятник
Fig. 2. Torsional pendulum

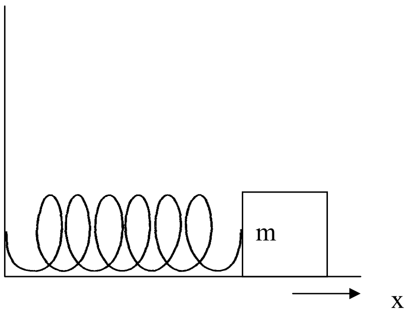

Рис. 3. Пружинные колебания
Fig. 3. Spring oscillations

Уравнение движения пружинного маятника имеет вид

$$m\, d^2 x / dt^2 + s\, x = 0$$

или в фазовом представлении

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0\, \varphi = 0, \quad \omega^2_0 = s / m,$$

s – жесткость пружины.

– *Колебания струны* (тело закреплено к середине струны и колеблется в плоскости струны, рис. 4).

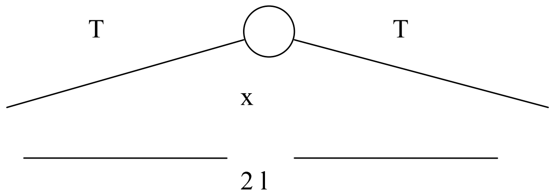

Рис. 4. Колебания струны
Fig. 4. The vibrations of the spring

Уравнение колебания струны имеет вид

$$m\, d^2 x / dt^2 + 2Tx / l = 0,$$

или в фазовом представлении

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0 \varphi = 0, \quad \omega^2_0 = 2T / m\, l, \quad \varphi = x / l,$$

здесь T, 2l – соответственно натяжение, длина струны.

– *Электрический контур* (катушка присоединена к конденсатору, рис. 5).

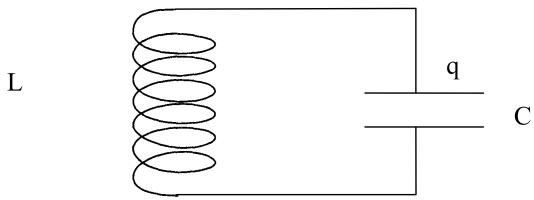

Рис. 5. Электрический контур
Fig. 5. An electric circuit

Уравнение колебания электрического контура

$$L\, d^2 q / dt^2 + q / C = 0,$$

или в фазовом представлении

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0 \varphi = 0, \quad \omega^2_0 = 1 / LC, \quad \varphi = q / Q,$$

здесь C, L, q – соответственно емкость, индуктивность, электрический заряд.

– *Система лисы–зайцы*. Уравнение гармонического осциллятора существования зайцев имеет вид

$$d^2 N_1 /dt^2 + \omega^2_0 N_1 = 0,$$

или в фазовом представлении

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0 \varphi = 0, \quad \omega^2_0 = e_1 e_2,$$

здесь e_1 – коэффициент прироста зайцев; e_2 – коэффициент вымирания лис и др.

Несмотря на различную физическую природу представленных гармонических осцилляторов, их фазовое движение описывается одним и тем же линейным уравнением

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0 \varphi = 0,$$

решение которого принимает вид

$$\varphi = \varphi_0 \sin (\omega_0 t + \varphi_{00}).$$

Фазовый аналог уравнения энергии гармонического осциллятора принимает вид

$$½ (d\varphi /dt)^2 + ½ \omega^2_0 \varphi^2 = ½ \omega^2_{0.}$$

Нелинейные колебания. Уравнение колебания маятника в общем случае является нелинейным [Филиппов, 1986]

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega^2_0 \sin \varphi = 0.$$

Отметим, что если фазовое движение гармонического осциллятора ввести в исходное уравнение при $\varphi_0 = 1$, то приходим к выше представленному нелинейному уравнению движения маятника. Поэтому решение данного уравнения будет характеризовать так же обобщенное фазовое состояние динамических структур различной физической природы.

Записанное нелинейное уравнение перепишем в виде

$$(d^2 \varphi_* / dt^{2)} d\varphi + \omega^2_0 \sin \varphi_* d\varphi = 0, \ \varphi_* = \varphi + \varphi_{00},$$

после интегрирования получаем уравнение фазового движения

$$1/2 (d\varphi_* /dt)^2 + \omega^2_0 \cos \varphi_* = \omega^2_0$$

или

$$1/2 (d\varphi /dt)^2 = \omega^2_{0.}(1 - \cos \varphi_*),$$

или

$$(d\varphi_* /dt)^2 = 4 \omega^2_0 \sin^2 \varphi_*/2$$

и

$$d\varphi_* /dt = 2 \omega_0 \sin \varphi_* /2,$$

решение имеет вид

$$\ln \mathrm{tg}(\varphi_* /4) = \omega_0 t,$$

из которого следует представление динамической фазы нелинейного колебания (солитона) как решение нелинейного уравнения колебаний

$$\varphi = 4 \text{ arc tg } [\exp(\omega_0 t)] - \varphi_{00},$$

полагая значение начальной фазы $\varphi_{00} = \pi$, получаем устойчивую динамическую фазовую структуру в виде солитона,

$$\varphi = 4 \text{ arc tg } [\exp(4\omega_0 t)] - \pi, \tag{1}$$

при $t = 0$, начальная фаза $\varphi = 0$; при $t = \infty$, асимптотическая фаза $\varphi = \pi$.

На основании (1) получаем семейство солитонов

$$\Phi_n = \{4 \text{ arc tg } [\exp(4\omega_0 t)] - \pi\} / n, \quad n = 1, 2, 3, \ldots.$$

и солитонную динамику развития параметра структуры

$$p = p_0 \sin \{4 \text{ arc tg } [\exp(4\omega_0 t)] - \pi\} / n, \quad n = 1, 2, 3, \ldots. \tag{2}$$

Семейству деструктурирующих солитонов соответствует представление (фаза во времени асимптотически стремится к нулю)

$$P_* = p_0 - p_0 \sin \{4 \text{ arc tg } [\exp(4\omega_0 t)] - \pi\} / n, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{3}$$

Развитию структуры можно поставить в соответствие фазовое движение по дуге окружности диаметра OO_* как перемещение по координате У от южного полюса О к северному полюсу O_* (рис. 6)

$$У = OO_* \sin^2 \varphi /2 = OO_* \sin^2 \gamma \tag{4}$$

или в виде кардиоиды

$$Y = 1/2\ OO_* (1 - \cos \varphi).$$

Разрушению структуры соответствует солитонное представление движения от северного полюса O_* к южному полюсу О

$$У = OO_* (1 - \sin^2 \varphi /2). \tag{5}$$

Известно, что таксационные характеристики деревьев зависят от почвенно-климатических условий, гидротермического режима территорий, вегетационного периода и др. [Анучин, 1971].

Графики рис. 7, 8 показывают соответствие выполненного солитонного представления (2), (4) с опытными данными роста высоты и массы насаждений деревьев различных пород (сосна, ель, береза, осина) [Лесотаксационные таблицы, 1978], построенных в относительных величинах: за единицы таксационных параметров приняты их асимптотические значения и единицами времени служат соответствующие асимптотическим параметрам времена.

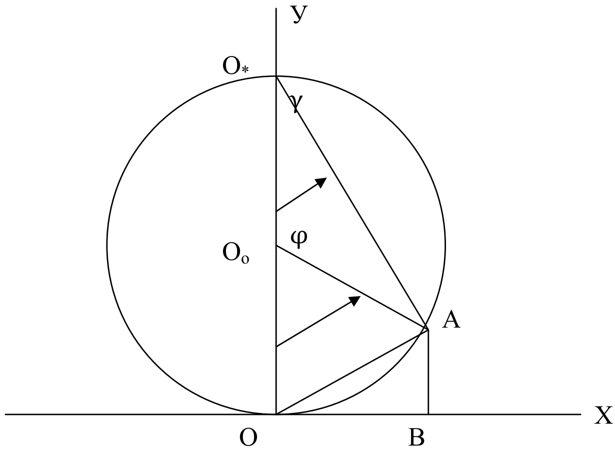

Рис. 6. Движение солитона по дуге окружности
Fig. 6. The movement of the soliton along the circumference

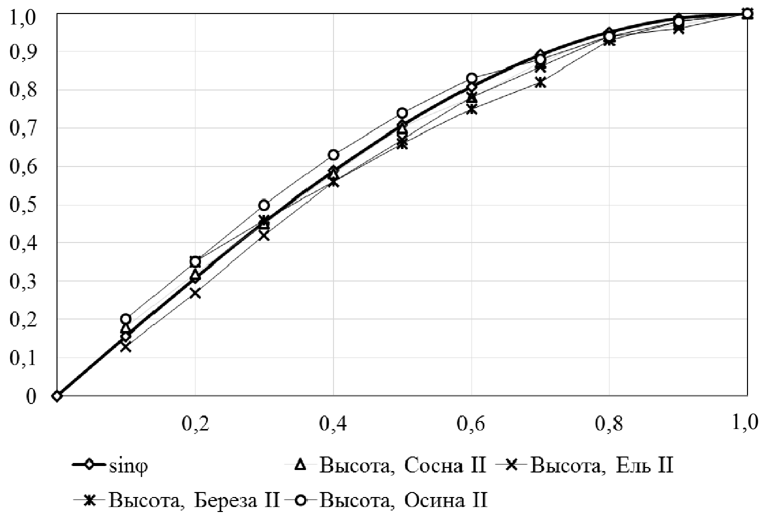

Рис. 7. Графики обобщенных зависимостей высот различных пород деревьев от обобщенных классов возрастов
Fig. 7. Graphics integrated dependences of the heights of different tree species from the generic classes ages

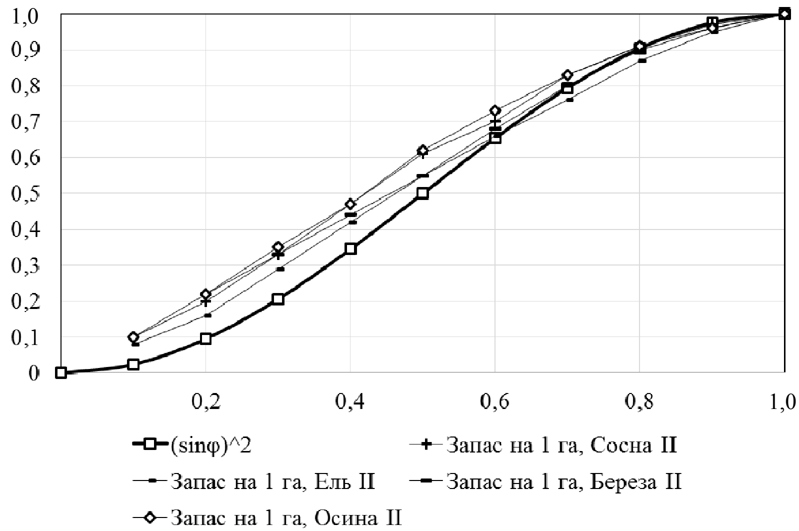

Рис. 8. Графики обобщенных зависимостей запасов на 1 га различных пород деревьев от обобщенных классов возрастов

Fig. 8. Graphs of the generalized dependency of the reserves on 1 hectare of different tree species from the generic classes ages

Видно, что солитоны достаточно хорошо раскрывают динамическую картину фазового развития лесных насаждений.

Выводы. Выполненное исследование показывает, что солитонная модель фазового представления динамики роста древостоев леса вписывает её в общую закономерную картину формирования природных структур и может стать элементом основ реализации принципа гармонии при управлении лесными ресурсами.

Библиографический список

Алексеев А.С. Математические модели и методы в лесном хозяйстве. Л.: ЛТА, 1988. 88 с.

Анучин Н.П. Лесная таксация. М.: Лесн. пром-ть, 1971. 512 с.

Базаров С.М. Этюды солитонов пространства-времени-пространства-гравитации. СПб.: СПбГЛТУ, 2017. 48 с.

Зотин А.А., Зотина Р.С. Феноменологическая теория развития, роста и старения организмов. М.: Наука, 1993. 364 с.

Карманова И.В. Математические методы изучения роста и продуктивности растений. М.: Наука,1976. 222 с.

Кофман Г.Б. Рост и форма деревьев. Новосибирск: Наука, 1986. 211 с.

Лесотаксационные таблицы. Петрозаводск: Институт леса КФ АН СССР. 1978. 32 с.

Пейн Г. Физика колебаний и волн. М.: Мир, 1979. 390 с.

Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.

Филиппов А.Т. Многоликий солитон. М.: Наука, 1986. 224 с.

References

Alekseev A.S. Mathematical models and methods in forestry. L.: LTA, 1988. 88 p.

Anuchin N.P. Forest inventory. Moscow: Lesn. prom-t, 1971. 512 p.

Bazarov S.M. Etudes of solitons of space-time of space-gravity. SPb.: SPbFTU, 2017. 48 p.

Zotin A.A., Zotina R.S. Phenomenological theory of development, growth and aging of organisms. Moscow: Science, 1993. 364 p.

Karmanova I.V. Mathematical methods of studying the growth and productivity of plants. Moscow: Science, 1976. 222 p.

Kofman G.B. The growth and form of trees. Novosibirsk: Science, 1986. 211 p.

Forest mensuration tables. Petrozavodsk: Forest Institute of the USSR Academy of Sciences. 1978. 32 p.

Payne G. Physics of oscillations and waves. M.: Mir, 1979. 390 p.

Rabinovich M.I., Trubetskov D.I. Introduction to the theory of oscillations and waves. Moscow: Science, 1984. 432 p.

Filippov A.T. Many-Sided soliton. M.: Science, 1986. 224 p.

Материал поступил в редакцию 07.05.2018 г.

Базаров С.М., Беленький Ю.И., Бачериков, И.В. Ильюшенко Д.А., Базарова М.В., Нгуен Фук Зюи. Солитонная модель естественного роста древостоев леса // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2018. Вып. 225. С. 176–187. DOI: 10.21266/2079-4304.2018.225.176-187

Проблема устойчивого управления лесами должна основываться на знании законов динамического состояния леса как проявление общей закономерности фазового развития природных пространственно-временных структур (начало, структуризация, асимптотическое состояние, деструктуризация). Линейные и нелинейные уравнения колебаний (волн), описывающие фазовую динамику различных явлений, раскрывают единство явлений природы и их универсальность (механические, электромагнитные, химические, биологические,

экономические и др.). Нелинейность является неотъемлемым свойством любой системы, эволюционирующей во времени. Особое место в теории нелинейных колебаний занимают солитоны. Солитонами называются устойчивые фазовые динамические структуры, которые получаются в результате решения нелинейных уравнений колебаний (и волн). Согласно современным представлениям солитоны играют важную роль в процессе эволюции природы. Поэтому возможный анализ естественного роста древостоев лесной структуры с позиции теории нелинейных колебаний покажет их общность с множеством природных явлений. Известно, что росту насаждений как динамическому процессу соответствуют три основных момента: имеет место начало, развитие и асимптотическое значение таксационных параметров (диаметр, высота, запас биомассы). Именно такими свойствами обладают солитоны, у них есть начало, фазовое развитие и асимптотическое состояние во времени. Солитоны, получаемые в результате решения нелинейного уравнения колебаний, достаточно достоверно обобщают имеющиеся опытные таксационные параметры (высота, запас биомассы) и раскрывают фазовую картину динамики роста деревьев леса. Построенная солитонная модель фазового представления динамики роста лесных насаждений вписывает её в общую закономерную картину формирования природных структур и может стать элементом основ реализации принципа гармонии при управлении лесными ресурсами.

К л ю ч е в ы е с л о в а: фаза, время, устойчивость, асимптотика, структура.

Bazarov S.M., Belenkiy Yu.I., Bacherikov I.V., Ilyushenko D.A., Bazarova M.V., Nguen Phuc Sue. Solution model of natural growth forest stands. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehniceskoj Akademii*, 2018, is. 225, pp. 176–187 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2018.225.176-187

The problem of sustainable forest management should be based on knowledge of the laws of the dynamic state of the forest, as a manifestation of the General pattern of the phase development of natural space-time structures (beginning, structuring, asymptotic state, destructuration). Linear and nonlinear equations of vibrations (waves) describing the phase dynamics of various phenomena reveal the unity of natural phenomena and their universality (mechanical, electromagnetic, chemical, biological, economic, etc.). Nonlinearity is an inherent property of any system evolving over time. A special place in the theory of nonlinear oscillations is occupied by solitons. Solitons are stable phase dynamic structures, which are obtained by solving nonlinear equations of oscillations (and waves). According to modern concepts, solitons play an important role in the evolution of nature, so a possible analysis of the natural growth of forest stands from the perspective of the theory of nonlinear oscillations will show their commonality with a variety of natural phenomena. It is known that the growth of plantations, as a dynamic process, correspond to three main points: there is a beginning, development and asymptotic value of the inventory parameters (diameter, height, biomass). These are the properties of solitons, they have a beginning, phase development and asymptotic state in time. The solitons resulting from the solution of nonlinear equations of oscillations, enough to accurately summarize the available experimental forest (diameter, height, biomass) and reveal the dynamics of phase growth of forest trees. The constructed soliton model of the phase representation of the growth dynamics of forest stands fits it into the General logical picture of the formation of natural structures and can become an element of the foundations of the principle of harmony in the management of forest resources.

Keywords: phase, time, stability, asymptotic, structure.

БАЗАРОВ Сергей Михайлович – профессор кафедры технологических процессов и машин лесного комплекса Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, доктор технических наук.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия.

BAZAROV Sergey M. – DSc (Technical), Professor of technological processes and machines forest complex department, St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia.

БЕЛЕНЬКИЙ Юрий Иванович – ректор Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, доктор технических наук.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия.

BELENKIY Yuryi I. – DSc (Technical), Rector of St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia.

БАЧЕРИКОВ Иван Викторович – Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С.М. Кирова, кандидат технических наук.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия.

BACHERIKOV Ivan V. – PhD (Technical), St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia.

ИЛЬЮШЕНКО Дмитрий Александрович – доцент кафедры технологических процессов и машин лесного комплекса Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, кандидат технических наук.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия.

ILYUSHENKO Dmitrii A. – PhD (Technical), Associate Professor of technological processes and machines forest complex department, St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia.

БАЗАРОВА Мария Владимировна – аспирант кафедры технологических процессов и машин лесного комплекса Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия.

BAZAROVA Maria V. – graduate of technological processes and machines forest complex department, St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia.

НГУЭН Фун Эюи – аспирант кафедры технологических процессов и машин лесного комплекса Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail : s.bazarow@yandex.ru

NGUYEN Phuc Sue – PhD student of technological processes and machines forest complex department, St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia.