

Математический анализ

ПРОБНЫЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Решите уравнение $\sqrt{4x^2 - 27} = -x$. Если уравнение имеет больше одного корня, то в ответе запишите больший корень.
2. Решите уравнение $12^x - 9 \cdot 4^x = 8 \cdot 3^x - 72$. Если уравнение имеет больше одного корня, то в ответе запишите меньший корень.
3. Решите уравнение $\log_{0,2}^2 x + 3 \log_{0,2} x + 2 = 0$. Если уравнение имеет больше одного корня, то в ответе запишите произведение корней.
4. Решите уравнение $3 \sin^2 x + 7 \cos x - 3 = 0$. Определите число корней уравнения в интервале $[0; 4\pi]$.
5. Решите уравнение $2x^2 - 5x + 6 = 0$ и найдите сумму действительных частей корней этого уравнения.
6. Решить неравенство $\frac{x-9}{x+6} \geq 2$. Найдите количество целых отрицательных решений неравенства.
7. Решите неравенство $4^{3x-1} \geq 64$. В ответе запишите наименьшее простое число, удовлетворяющее неравенству.
8. Решите неравенство $\log_{0,2} x \geq -2$. Определите, сколько целых чисел содержится в множестве решений неравенства.
9. Решите неравенство $|2x + 5| \leq 9$. Найдите среднее арифметическое целых решений неравенства.
10. Найдите, сколько простых чисел попадает в область определения функции $f(x) = \log_2 x - \sqrt{9-x}$.
11. Функция $f(x)$ задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения аргумента. Определите количество точек разрыва у этой функции.
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{если } x \leq -1 \\ x+3, & \text{если } -1 < x \leq 1 \\ 6, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$
12. Любой член a_n числовой последовательности можно определить по формуле $a_n = \frac{(5-n)^3}{n+2}$. Вычислите восьмой член последовательности.
13. Найдите значение предела $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$.
14. Найдите значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 3x}{x^3}$.

15. Вычислите значение производной $f'(x)$ при заданном значении аргумента $x=1$ для функции $f(x) = \frac{(x^2+1)}{(x^3+1)}$.

16. Найдите сумму координат точки на графике функции $y = 3x^2 - 2x + 4$, обладающую тем свойством, что угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в этой точке, равен 10.

17. Точка движется по координатной оси согласно закону $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + t - 1$ где $S(t)$ – координата точки в момент времени t (время измеряется в секундах, расстояние – в метрах). Найти скорость точки через пять секунд после начала движения, совпадающего с началом отсчета времени.

18. Найдите абсциссу точки экстремума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$. Если у функции несколько точек экстремума, в ответе запишите наименьшее из всех значений абсцисс точек экстремума.

19. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 8x + 4$ на отрезке $x \in [-2; 2]$.

20. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = x^2 - 8x + 16 \text{ и } y = 6 - x.$$