

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет  
имени С.М. Кирова»

## МАТЕМАТИКА

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ (ПРИМЕР)

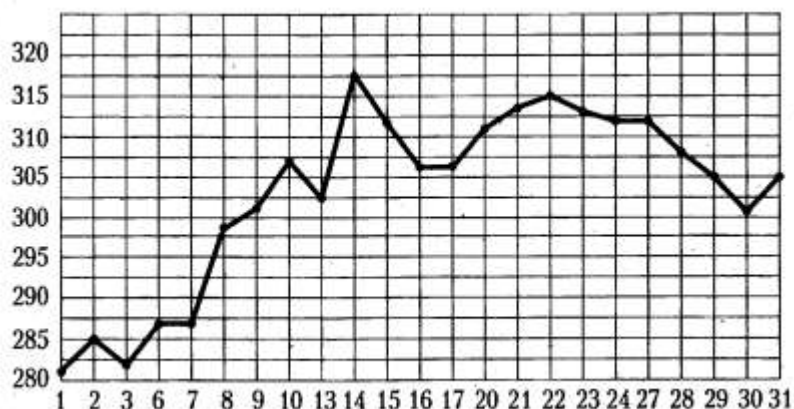
#### 1. Текстовая задача на действия.

Стоимость покупки с учетом 3-процентной скидки по дисконтной карте составила 1746 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 2. Чтение графиков и диаграмм

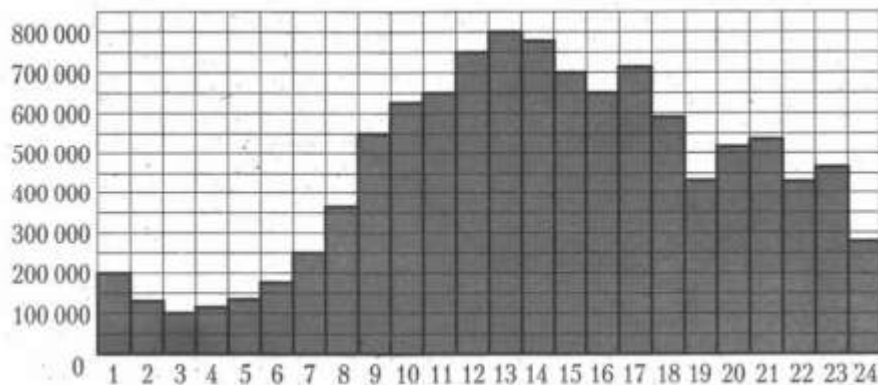
2.1. На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2019 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период цена палладия была ровно 305 рублей за грамм.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

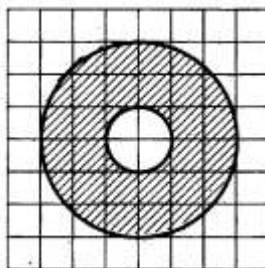
2.2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2021 года. По горизонтали указываются номер часа, по вертикали – количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме за какой час в данный день на сайте РИА Новости побывало максимальное количество посетителей.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**3. Планиметрическая задача с картинкой.**

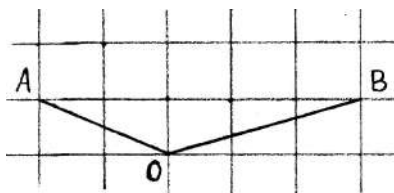
**3.1.** На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 33? Найдите площадь заштрихованной фигуры.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

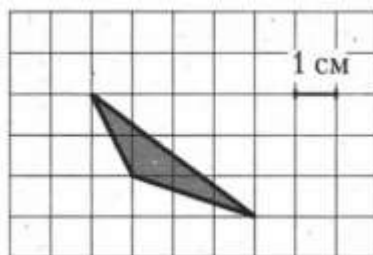
**3.2.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1 x 1 изображен угол  $AOB$ . Найдите тангенс этого угла.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

**3.3.** Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 4. Задача по теории вероятностей

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 5. Решение простых иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений

5.1. Решите уравнение  $\sqrt[3]{3x - 17} = -2$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

5.2. Решите уравнение  $\sqrt{4x^2 - 27} = -x$  . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите их произведение

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

5.3. Решите уравнение  $2^{\frac{x-20}{4}} = \frac{1}{16}$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

5.4. Решите уравнение  $\log_2(3x - 1) = 1 + \log_2(4x + 5)$  . В ответе укажите количество его корней.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

5.4. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi(x-2)}{4} = -1$  . В ответе запишите корень из отрезка  $[3;10]$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

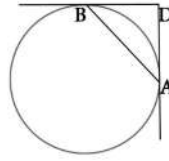
#### 6. Задача по планиметрии

6.1. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = 0,48$  . Найдите  $\cos B$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

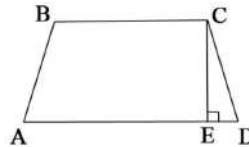
6.2. Касательные к окружности проведены через точки  $A$  и  $B$ . Дуга окружности  $AB$ , заключенная в угле  $ADB$ , составляет  $82^\circ$ . Найдите угол  $BAD$ . Ответ дайте в угловых градусах.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

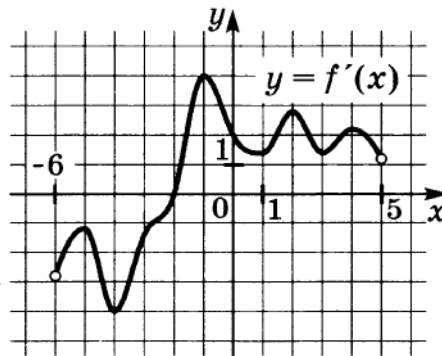
6.3. Средняя линия равнобедренной трапеции равна 20. Высота трапеции равна 9. Тангенс острого угла равен 1,2. Найдите большее основание.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

7. Задача на исследование функции с помощью производной с использованием графиков.

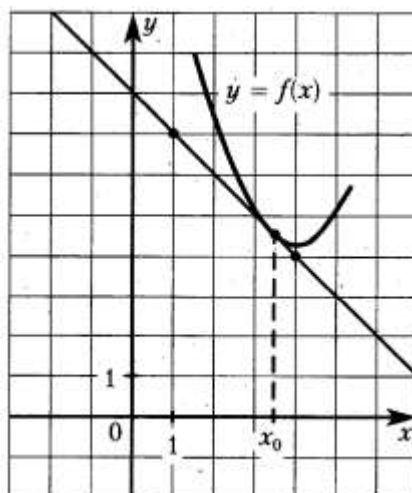
7.1. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  – производной функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6;5)$ . В какой точке отрезка  $[-2;2]$  функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

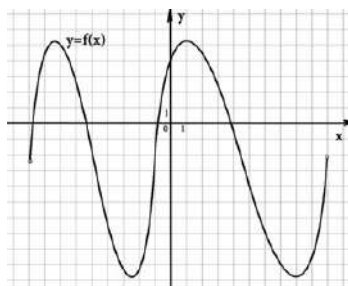
7.2. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ .



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

7.3. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  на интервале  $(-9; 10)$ . Определите количество точек экстремума на интервале  $(-8; 9)$ .



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

### 8. Задача по стереометрии

8.1. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$   $AB = 6$ , а площадь боковой поверхности призмы равна 108. Найдите длину ребра  $BB_1$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

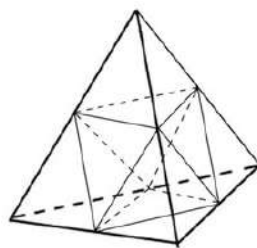
ИЛИ

8.2. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

8.3. Объем тетраэдра равен 40,2. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются середины ребер данного тетраэдра.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**9, 10, 11, 12. Преобразование алгебраических, степенных, логарифмических, тригонометрических выражений**

9.1. Найдите значение выражения  $\left(9\frac{4}{5} - 2,6\right) : \frac{2}{15}$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.2. Найдите значение выражения  $5^{3\sqrt{6}-2} \cdot 5^{1-2\sqrt{6}} : 5^{\sqrt{6}-3}$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.3. Найдите значение выражения  $\frac{x^{-17} \cdot x^{-4}}{x^{-23}}$  при  $x = 7$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.4. Найдите значение выражения  $31 - \sqrt[3]{3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{95 + 30\sqrt{10}} \cdot \sqrt[6]{625}$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.5. Найдите значение выражения  $\log_8 18 + \log_8 \frac{32}{9}$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.6. Найдите значение выражения  $\log_4 11 \cdot \log_{11} 64$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.7. Найдите значение выражения  $81^{\log_3 4}$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

9.8. Найдите значение  $\operatorname{tg}\alpha$ , если  $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

9.9. Найдите значение  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi - \alpha)$ , если  $\cos\alpha = -0,4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

9.10. Найдите значение  $1,25 \cdot \cos 2x$ , если  $\sin x = 0,4$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

9.11. Найдите значение  $\cos 480^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

9.12. Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 57^\circ}{\cos 33^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9.13. Найдите значение выражения  $\frac{3 \sin 134^\circ}{4 \sin 67^\circ \cos 67^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### 13. Текстовая задача.

13.1. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле, где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

13.2. Для определения рейтинга  $R$  магазина бытовой техники был проведен опрос покупателей и группы экспертов. Число покупателей, оценивших магазин, равно 210, их средняя оценка равна 4,3, а оценка экспертов равна 3,7. Найдите величину рейтинга, если

он вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 6)^m}$ , где  $m = \frac{0,01K}{r_{\text{пок}} + 2,0}$ ;  $r_{\text{пок}}$  — средняя

оценка магазина покупателями  $J_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 14. Текстовая задача на составление уравнения.

Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 15. Точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

15.1. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции  $y = \sqrt{100 - x^2}$  на отрезке  $[-6; 5\sqrt{3}]$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

$$y = 2 \cos \frac{\pi x}{3} + \frac{\pi x}{3} + 2\pi$$

15.2. Найдите точку минимума функции на интервале  $(0; 8)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

15.3. Найдите наименьшее значение функции  $y = |2x - 3| + |2x - 7|$  на отрезке  $[1; 9]$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 16. Геометрический смысл производной.

16.1. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = 4x^3 - 5x^2 + 8$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$  к оси  $Ox$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

16.2. Найдите абсциссу точки на графике функции  $y = 3x^2 - 5x + 6$  обладающую тем свойством, что угловой коэффициент касательной, проведенный к графику функции в указанной точке, равен 13.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

#### 17. Физический смысл производной.

17.1. За время  $t$  тело перемещается по прямой на расстояние  $S(t) = 5 + 12t - e^{11-t}$ . Какую скорость приобретет тело в момент времени  $t = 11$ ?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ



**17.2.** За время  $t$  тело перемещается по прямой на расстояние  $x(t) = 5 + 11t + t^2$ .  
(расстояние  $x(t)$  измеряется в метрах, время  $t$  – в секундах). В какой момент времени скорость тела будет равна 25 м/с?  
О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**18. Решение неравенства.**

**18.1.** Решите неравенство  $|7x + 4| \leq 17$ . В ответе укажите количество его целых решений.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

**18.2.** Решите неравенство  $\frac{x}{2x + 4} \geq 1$ . В ответе укажите сумму целых решений неравенства.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**19. Решение уравнения с помощью замены**

**19.1.** Найдите корень уравнения  $81^x - 9^{x+0,5} - 4 = 0$ . Если корней несколько, то в ответе укажите сумму его корней. Если корень единственный, то в ответе укажите

значение выражения  $3^{x_0}$ , где  $x_0$  – корень уравнения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

**19.2.** Решите уравнение  $4 \cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0$ . В ответе укажите количество его решений

$$\left[ -3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right].$$

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

**19.3.** Решите уравнение  $\log_{0,2}^2 x + 3 \log_{0,2} x + 2 = 0$ . Если корней несколько, то в ответе укажите отношение большего корня к меньшему.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**20. Решение уравнения разложением на множители**

**20.1.** Найдите корень уравнения  $\log_2(8 - x) \cdot \log_4(x - 5) = 3 \log_4(x - 5)$ . Если корней несколько, то в ответе укажите произведение его корней.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

**20.2.** Решите уравнение  $7^{x+1} + 3^{x+2} = 21^x + 63$ . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите значение их произведения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

ИЛИ

**20.3.** Решите уравнение  $3 \sin 2x - 4 \cos x + 3 \sin x - 2 = 0$  . В ответе укажите количество его

решений в промежутке  $\left[ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$  .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .