

**М.Р. Василевский, В.А. Александров**

## **К ВОПРОСУ О ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ТРАНСМИССИИ ТРАКТОРА КИРОВЕЦ К-4**

*Введение.* Долговечность современных и перспективных трансмиссий транспортных машин во многом ограничивается высокой динамической нагруженностью, формируемой внешними и внутренними возмущениями. Неравномерность нагрузок вызывает изгибные и крутильные колебания, которые являются причиной до 80% отказов [Тараторкин, 2009]. Предыдущие исследования [Александров, 1984; Жуков, Леонович, 1973; Eliseev, Bahrami, 2016; Елисеев, Оборин, 2014; Костогряз, Коетун, 1975; Александров, 1995; Evgrafov, Petrov, 2017; Александров, Лузанова, 2013; Жуков, 2004; Бахрами, 2018] показали, что максимальные динамические нагрузки в упругих связях машин возникают в пуско-тормозных режимах работы. Между тем рост динамических нагрузок в упругих связях машин, в частности, сельскохозяйственных тракторов, приводит к увеличению вибрационного воздействия как на саму машину, так и на водителя (оператора) [Александров, 1984; Жуков, Леонович, 1973; Александров, Бучникова, 2016].

*Методика исследования.* Исследование проводилось путем математического моделирования на трехмассовой эквивалентной схеме при различном времени разгона и стопорения системы и при разных упругих муфтах, используемых в трансмиссии и имеющих различную крутильную жесткость. Первый расчет проведен с установленной упругой муфтой, которая имеет крутильную жесткость 188000 Нм (далее – муфта 1), второй расчет сделан с установленной упругой, которая имеет крутильную жесткость 6000 Нм (далее – муфта 2).

На рис. 1 представлена схема для исследования динамической нагруженности трансмиссии трактора.

Для получения динамического уравнения системы использованы уравнения Лагранжа II рода [Eliseev, Bahrami, 2015; Manzhula, Naumov, 2017; Eliseev, Bahrami, Theory..., 2015].

Кинетическая энергия динамической системы:

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\phi}_3^2.$$

Потенциальная энергия динамической системы

$$\Pi = \frac{1}{2}c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2}c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)^2.$$

Диссипативная функция Рэлея

$$\Phi = \frac{1}{2}\beta_{12}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2.$$

Выполнив все необходимые действия в соответствии с уравнениями Лагранжа II рода, получим систему уравнений, которая имеет вид:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + \beta_{12}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = M_d, \\ J_2\ddot{\varphi}_2 + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + \beta_{12}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2), \\ J_3\ddot{\varphi}_3 + M_c = c_{12}(\varphi_2 - \varphi_3). \end{cases} \quad (1)$$

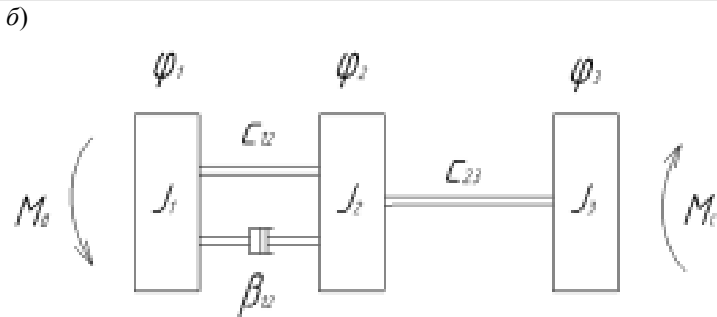
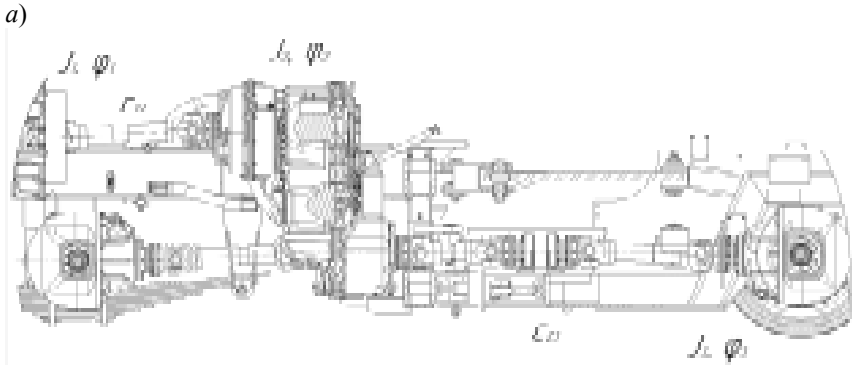


Рис. 1. Расчетная схема динамической системы трансмиссии трактора:  
а) исходная схема; б) эквивалентная схема

Fig. 1. The design diagram of the dynamic transmission system of the tractor:  
а) the initial diagram; б) equivalent diagram

Принятые обозначения:

$J_1, J_2, J_3$  – моменты инерции двигателя и ведущих частей упругой муфты, ведомых частей упругой муфты и половины карданной передачи между двигателем и КП, гидротрансформатора и половины карданной передачи между двигателем и КП соответственно; момент инерции КП при заблокированном гидротрансформаторе, половины карданной передачи между КП и передним мостом и половины карданной передачи между КП и задним мостом; момент инерции конечных передач, ведущих колес и поступательно движущейся массы трактора соответственно;

$c_{12}, c_{23}$  – суммарные жесткости упругой муфты, карданного вала на входе КП, вала между турбинным колесом гидротрансформатора и КП; суммарная жесткость карданного вала на выходе КП, жесткость полуосей моста соответственно;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – угловые перемещения масс с моментами инерции соответственно  $J_1, J_2, J_3$ ;

$\beta_{12}$  – параметр затухания, упруго-вязкий коэффициент ( $\beta_{12} = 0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$ );

$M_d$  – крутящий момент двигателя на коленчатом валу;

$M_c$  – приведенный к карданной передаче между двигателем и КП момент сопротивления.

Принятые допущения:

- 1) физико-механические свойства упругих связей постоянны;
- 2) движения масс описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами.

Проделав все необходимые действия в соответствии с уравнениями Лагранжа II рода, окончательно получим:

$$(\varphi_1^{IV} - \varphi_2^{IV}) + A(\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + B(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + D(\varphi_1 - \varphi_2) = E, \quad (2)$$

где

$$A = \frac{J_2 J_3 (J_1 + J_2) \beta_{12}}{J_1 J_2^2 J_3}, 1/\text{с}; \quad B = \left[ \frac{(J_2 + J_3) c_{23} J_1 J_2 + J_2 J_3 (J_1 + J_2) c_{23}}{J_1 J_2^2 J_3} \right], 1/\text{с}^2;$$

$$C = \left[ \frac{(J_2 + J_3) c_{23} (J_1 + J_2) \beta_{12} - J_1 J_3 c_{23} \beta_{12}}{J_1 J_2^2 J_3} \right], 1/\text{с}^3;$$

$$D = \left[ \frac{(J_2 + J_3) c_{23} (J_1 + J_2) c_{12} - J_3 c_{12} J_1 c_{23}}{J_1 J_2^2 J_3} \right], 1/\text{с}^4;$$

$$E = - \left[ \frac{(J_2 + J_3) c_{23} J_2 M_d}{J_1 c_{23}} + J_2 M_c \right] \frac{c_{23}}{J_2^2 J_3}, 1/\text{с}^4.$$

Введя новую переменную  $\Theta_1 = (\varphi_1 - \varphi_2) - E/D$ , получим однородное уравнение вида:

$$\Theta_1^{IV} + A\ddot{\Theta}_1 + B\dot{\Theta}_1 + C\Theta_1 + D\Theta_1 = 0. \quad (3)$$

*Результаты исследования.* Исходные данные для расчета приведены в табл. 1.

Численное решение дифференциального уравнения и нахождение коэффициентов уравнения выполнено методом Рунге–Кутты в компьютерной программе Mathcad.

Решим уравнение (3) при начальных условиях соответственно:

$$\ddot{\Theta}_1 = \frac{\dot{\varphi}_1}{t_p} = 0,25 \text{ 1/с}^2; \quad 0,5 \text{ 1/с}^2; \quad 0,75 \text{ 1/с}^2; \quad 1,0 \text{ 1/с}^2.$$

Динамическую нагруженность в трансмиссии удобно оценивать с помощью коэффициента динамичности, который определяется по формуле

$$K_d = \frac{M_d}{M_c} + 1, \quad (4)$$

где

$$M_d = v_1 c_{12}, \quad (5)$$

где  $v_1$  – значение виброперемещения (см. табл. 1 и 2);  $M_c$  – статический момент инерции двигателя (равен номинальному).

Таблица 1

**Исходные данные для расчета**

**Initial data for calculation**

Параметр	Значение на передаче								
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
$J_1, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	2,414								
$J_2, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	0,255								
$J_3, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	0,889								
$J_4, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	0,493	0,985	0,612	1,263	1,279	2,836	0,497	0,627	1,367
$J_5, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	0,005	0,012	0,031	0,074	0,179	0,424	0,006	0,035	0,199
$J_6, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	0,467	1,105	2,840	6,720	16,26	38,43	0,519	3,159	18,07
$c_1, \text{ Нм}$ муфта 1 муфта 2	188000 6000								
$c_2, \text{ Нм}$	215000								
$c_3, \text{ Нм}$	79000								
$c_4, \text{ Нм}$	17940	42469	109144	258241	625448	1476971	19953	121416	694413
$c_5, \text{ Нм}$	210	498	1280	3030	7337	17327	234	1424	8146

Статический момент инерции двигателя определяется по формуле

$$M_c = \frac{N \cdot 9550}{n}, \quad (6)$$

где  $N$  – номинальная мощность двигателя, кВт ( $N = 176,5$  кВт);  $n$  – номинальная частота вращения коленчатого вала,  $\text{мин}^{-1}$  ( $n = 2200$   $\text{мин}^{-1}$ ).

На рис. 2 представлены графики изменения динамических характеристик системы в режиме разгона ( $\ddot{\Theta}_1 = 0,25 \text{ л/с}^2$ ), в табл. 2 и 3 – результаты расчета с установленными муфтой 1 и муфтой 2 в режиме разгона системы при движении трактора на первой передаче.

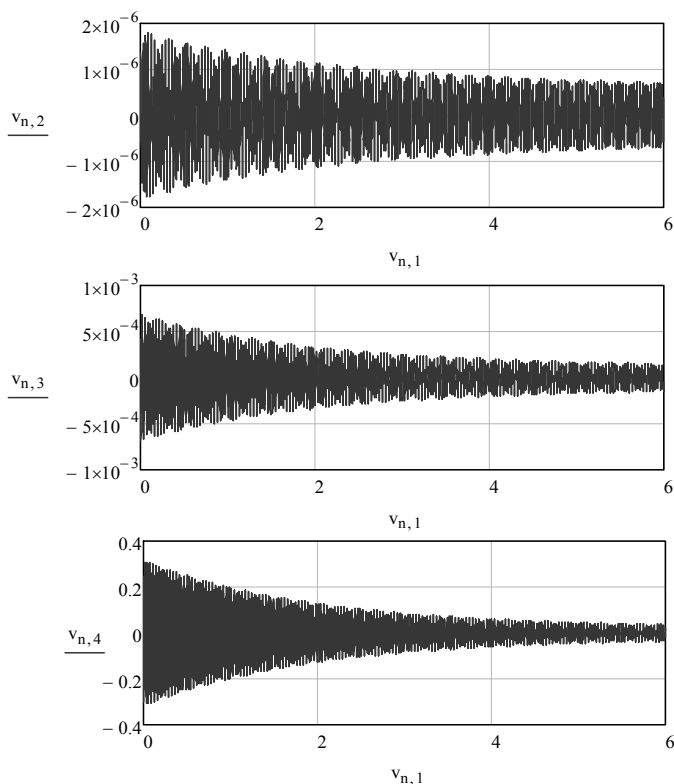


Рис. 2. Графики изменения динамических характеристик системы в режиме разгона ( $\ddot{\Theta}_1 = 0,25 \text{ л/с}^2$ ):  $V_{n,2}$  – виброперемещение,  $V_{n,3}$  – виброскорость,  $V_{n,4}$  – виброускорение

Fig. 2. Graphs of changes in the dynamic characteristics of the system in the acceleration mode ( $\ddot{\Theta}_1 = 0,25 \text{ л/с}^2$ ):  $V_{n,2}$  – vibration displacement,  $V_{n,3}$  – vibration velocity,  $V_{n,4}$  – vibration acceleration

Таблица 2

**Результаты расчета в режиме разгона с установленной муфтой 1**

**Calculation results, acceleration mode, Clutch 1 installed**

Характеристики	$\ddot{\Theta}_1, \text{рад/с}^2$			
	0,25	0,5	0,75	1
$\Theta_1, \text{рад}$	$1,84 \cdot 10^{-6}$	$3,677 \cdot 10^{-6}$	$5,516 \cdot 10^{-6}$	$7,354 \cdot 10^{-6}$
$\dot{\Theta}_1, \text{рад/с}$	$6,916 \cdot 10^{-4}$	$1,382 \cdot 10^{-3}$	$2,073 \cdot 10^{-3}$	$2,764 \cdot 10^{-3}$
$\ddot{\Theta}_1, \text{рад/сек}^2$	0,32	0,64	0,959	1,279
$M_{\text{дин}}, \text{Н}\cdot\text{м}$	0,22	0,44	0,66	0,88
$K_d$	1,0003	1,0006	1,0009	1,001

Таблица 3

**Результаты расчета в режиме разгона с установленной муфтой 2**

**Calculation results, acceleration mode, Clutch 2 installed**

Характеристики	$\ddot{\Theta}_1, \text{рад/с}^2$			
	0,25	0,5	0,75	1
$\Theta_1, \text{рад}$	$3,211 \cdot 10^{-6}$	$6,423 \cdot 10^{-6}$	$9,634 \cdot 10^{-6}$	$1,285 \cdot 10^{-5}$
$\dot{\Theta}_1, \text{рад/с}$	$9,945 \cdot 10^{-4}$	$1,989 \cdot 10^{-3}$	$2,983 \cdot 10^{-3}$	$3,978 \cdot 10^{-3}$
$\ddot{\Theta}_1, \text{рад/сек}^2$	0,354	0,708	1,061	1,415
$M_{\text{дин}}, \text{Н}\cdot\text{м}$	0,19	0,39	0,59	0,78
$K_d$	1,0003	1,0005	1,0008	1,001

*Выводы.* Результаты расчета показывают (см. табл. 2 и 3), что динамический момент и коэффициент динамичности в области участка между двигателем и КП незначительны и не превышают допустимых значений. Размах добавочного динамического момента с муфтой 1 варьируется от 0,17 [Нм] до 1,49 [Нм] в режиме разгона системы и от 13,9 [Нм] до 65,8 [Нм] в режиме стопорения системы. С муфтой 2 – в режиме разгона системы от 0,06 [Нм] до 0,88 [Нм], в режиме стопорения системы – от 8,57 [Нм]

до 37,8 [Нм]. При условии качественного изготовления всех входящих деталей дополнительный динамический момент, образующийся в зоне карданного вала между двигателем и КП, не окажет разрушающего влияния.

Как видно из расчета, наиболее нагруженным является режим стопорения системы.

Предложенная математическая модель позволяет определять динамическую нагруженность трансмиссии на стадии разработки конструкторской документации на трактор.

### **Библиографический список**

*Тараторкин И.А.* Разработка расчетных и экспериментальных методов снижения динамической нагруженности и повышения долговечности гидромеханических трансмиссий транспортных машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.03. Курган, 2009. 304 с.

*Александров В.А.* Динамические нагрузки в лесосечных машинах. Л.: ЛГУ, 1984. 152 с.

*Жуков А.В., Леонович И.И.* Колебания лесотранспортных машин. Минск: Изд-во БГУ, 1973. 239 с.

*Eliseev V.V., Bahrami M.R.* Strength of the suspension of a robot inspector on a power transmission line // Bulletin of Machine Building. 2016. No. 6. P. 19–22.

*Елисеев В.В., Оборин Е.А.* О локализации динамического гашения колебаний в пространстве и по частоте // ТТМ. 2014. № 1 (23). Т. 12. С. 20–26.

*Костогрыз С.Г., Коетун И.И.* О влиянии компоновочных параметров лесотранспортных машин на их сопротивление движению по неровному пути // Лесное хозяйство, лесная, бумажная и деревообрабатывающая промышленность. Киев: Будивельник, 1975. Вып. 5. С. 102–106.

*Александров В.А.* Моделирование технологических процессов лесных машин. М.: Экология, 1995. 256 с.

*Evgrafov A.N., Petrov G.N.* Computer simulation of mechanisms // Lecture Notes in Mechanical Engineering. St. Petersburg, 2017. P. 45–56.

*Александров В.А., Лузанова Л.Н., Александров А.В.* Вибронагруженность оператора валочно-пакетирующей машины в режиме подъема буреломного дерева стрелой манипулятора // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2013. Вып. 202. С. 129–136.

*Жуков В.А.* Механика: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2004. 69 с.

*Бахрами М.Р.* Моделирование физических систем посредством Бонд-графов.: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2018. 80 с.

*Александров В.А., Бучникова Н.Б.* Вибронагруженность операторов валочно-пакетирующих машин при разборе леса после ветровала: [моногр.]. СПб.: СПбГЛТУ, 2016. 140 с.

*Eliseev V.V., Bahrami M.R.* Diagnostic machine on the wires of power lines: the device and the problems of mechanics // Scientific and technical, statements SPbPU. Ser. Science and education. 2015. No. 1 (214). P. 200–207.

*Manzhula K.P., Naumov A.V.* Influence of flections' radius value to local buckling of box-shaped beams with non-linear walls // International Review of Mechanical Engineering. 2017. No. 11 (5). P. 326–331.

*Eliseev V.V., Bahrami M.R.* Dynamics of electrical transmission conductor with a robot inspector with limited engine power // Theory of mechanisms and machines. 2015. T. 13. № 4 (28). P. 6–11.

### References

*Taratorkin I.A.* Razrabotka raschetnykh i eksperimentalnykh metodov snizheniya dinamicheskoy nagruzhennosti i povysheniya dolgovechnosti gidromekhanicheskikh transmissiy transportnykh mashin: dis. ... d-ra tekhn. nauk: 05.05.03. Kurgan. 2009. 304 p.

*Aleksandrov V.A.* Dinamicheskiye nagruzki v lesosechnykh mashinakh. L.: LGU. 1984. 152 p.

*Zhukov A.V., Leonovich I.I.* Kolebaniya lesotransportnykh mashin. Minsk: Izd-vo BGU. 1973. 239 p.

*Eliseev V.V., Bahrami M.R.* Strength of the suspension of a robot inspector on a power transmission line. *Bulletin of Machine Building*, 2016, no. 6, pp. 19–22.

*Eliseyev V.V., Oborin E.A.* O lokalizatsii dinamicheskogo gasheniya kolebaniy v prostranstve i po chastote. *TTM*, 2014, no. 1 (23), vol. 12, pp. 20–26.

*Kostogryz S.G., Koyetun I.I.* O vliyaniy komponovochnykh parametrov lesotransportnykh mashin na ikh soprotivleniye dvizheniyu po nerovnomu puti. *Lesnoye khozyaystvo. lesnaya. bumazhnaya i derevoobrabatyvayushchaya promyshlennost*. Kiyev: Budivelnik, 1975, is. 5, pp. 102–106.

*Aleksandrov V.A.* Modelirovaniye tekhnologicheskikh protsessov lesnykh mashin. M.: Ekologiya. 1995. 256 p.

*Evgrafov A.N., Petrov G.N.* Computer simulation of mechanisms. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. St. Petersburg. 2017, pp. 45–56.

*Aleksandrov V.A., Luzanova L.N., Aleksandrov A.V.* Vibroloading of the operator of feller-packaging car in a lifting mode slash tree of manipulator's arrow. *Izvestiya Sankt-Peterburgskoy lesotekhnicheskoy akademii*, 2013, is. 202, pp. 129–136.

*Zhukov V.A.* Mekhanika: ucheb. posobiye. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta. 2004. 69 p.

*Bakhrami M.R.* Modelirovaniye fizicheskikh sistem posredstvom Bond-grafov.: ucheb. posobiye. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta. 2018. 80 p.

*Aleksandrov V.A., Buchnikova N.B.* Vibronagruzhennost operatorov valochno-paketiruyushchikh mashin pri razbore lesa posle vetrovala: [monogr.]. SPb.: SPbGLTU. 2016. 140 p.



*Eliseev V.V., Bahrami M.R.* Diagnostic machine on the wires of power lines: the device and the problems of mechanics. *Scientific and technical, statements SPbPU. Ser. Science and education*, 2015, no. 1 (214), pp. 200–207.

*Manzhula K.P., Naumov A.V.* Influence of flections' radius value to local buckling of box-shaped beams with non-linear walls. *International Review of Mechanical Engineering*, 2017, no. 11 (5), pp. 326–331.

*Eliseev V.V., Bahrami M.R.* Dynamics of electrical transmission conductor with a robot inspector with limited engine power. *Theory of mechanisms and machines*, 2015, vol. 13, no. 4 (28), pp. 6–11.

*Материал поступил в редакцию 23.09.2020*

---

**Василевский М.Р., Александров В.А.** К вопросу о динамической нагруженности трансмиссии трактора Кировец К-4 // *Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2020. Вып. 232. С. 142–151.* DOI: 10.21266/2079-4304.2020.232.142-151

Данное исследование имеет прикладной характер и направлено на решение проблемы, возникшей на АО «Петербургский тракторный завод» (далее – АО «ПТЗ»). Была поставлена задача – теоретически определить динамическую нагруженность трансмиссии трактора Кировец К-4, чтобы исключить возможность неправильной конструкторской компоновки трансмиссии трактора, вследствие чего могло бы возникать разрушение карданного вала между двигателем внутреннего сгорания и коробкой передач. Исследование проведено на трехмассовой математической модели. Математическое описание составлено в форме уравнений Лагранжа II рода.

**Ключевые слова:** трактор, вибрация, динамическая нагруженность, трансмиссия, математическая модель.

**Wasilewski M.R., Aleksandrov V.A.** On the issue of dynamic loading of the Kirovets K-4 tractor transmission. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehniceskoy Akademii*, 2020, is. 232, pp. 142–151 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2020.232.142-151

This research is of a direct applied nature and is aimed at solving the problem that arose at JSC «Peterburgsky Traktotny Zavod» (hereinafter referred to as JSC "PTZ"). The task was set to theoretically determine the dynamic load of the Kirovets K-4 tractor transmission, in order to exclude the possibility of incorrect design layout of the tractor transmission, in consequence of which, there could be a destruction of the driveshaft between the internal combustion engine and the transmission. The study was conducted on a three-mass mathematical model. The mathematical description is in the form of Lagrange equations of the second kind.

**Keywords:** tractor, vibration, dynamic loading, transmission, mathematical model.

**ВАСИЛЕВСКИЙ Марк Р.** – аспирант кафедры машиноведения и основ конструирования Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

E-mail: magdolini@rambler.ru

**WASILEWSKI Mark R.** – PhD student, Engineering science and principles of design, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University.

E-mail: magdolini@rambler.ru

**АЛЕКСАНДРОВ Валентин Александрович** – заведующий кафедрой машин и оборудования лесного комплекса Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, доктор технических наук.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: 2944218@mail.ru

**ALEKSANDROV Valentin A.** – DSc (Technical), Chair of Forest Machinery and Equipment department, St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: 2944218@mail.ru