

5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 530.1

С.М. Базаров

ВВЕДЕНИЕ В ХРОНОДИНАМИКУ

Введение. Динамика занимается раскрытием причинности движения тел в координатных системах. В основе представления причинности движения лежат законы сохранения импульса, энергии, момента и др. (Громов, 2002¹; Зубов, 1978²; Лич, 1961³), [Фейнман и др., 1977], которые раскрывают связи между пространственной и временной характеристиками действия силы и изменением пространственно-временного состояния тела. На основании законов сохранения определяется функциональное изменение динамических параметров (силы, импульса, мощности, энергии, механического момента и др.) во времени и пространстве. Как правило, при исследовании возникают прямая и обратная задачи. При постановке прямой задачи динамики динамические параметры функциональные, а координатные время и пространство независимые. Обратная задача формулируется в асимметричном виде: построение функциональности времени и пространства от динамических параметров на основании теории обратных функций.

Пространственной характеристикой действия силы F является работа (энергия)

$$A = F x, \quad (1)$$

временной характеристикой действия силы является импульс

$$P = F t. \quad (2)$$

В представлении работы в виде энергии

$$A = Fvt = Nt = E, \quad (3)$$

¹ Громов С.В. Физика. М.: Просвещение, 2002,

² Зубов В.Г. Механика. М.: Наука, 1978/

³ Лич Дж.У. Классическая механика. М.: ИИЛ, 1961.

энергия (работа) становится временной характеристикой мощности N ;
пространственной характеристикой действия импульса является механический момент

$$M = P x , \quad (3,a)$$

временной характеристикой действия становится энергия

$$S = E t , \quad (3,b)$$

временной характеристикой момента массы является импульс

$$M_m = P t . \quad (3,c)$$

В координатах x , F определяется функциональная связь силы и пространственной координаты

$$F = f(x), \quad (4)$$

в координатах t , F можно построить функциональную связь силы и времени

$$F = \phi(t), \quad (5)$$

в координатах t , N выстраивается зависимость мощности от времени

$$N = \varphi(t), \quad (6)$$

в координатах x , P находится зависимость импульса от пространственной координаты

$$P = s(x), \quad (6,a)$$

в координатах t , E находится зависимость энергии от времени

$$E = e(t) , \quad (6,b)$$

в координатах t , P находится зависимость импульса от времени

$$P = \kappa(t). \quad (6,c)$$

Функциям f , ϕ , φ , s , e , κ согласно теории прямых и обратных непрерывных функций (Лузин, 1958)⁴ можно поставить в соответствие обратные функции: зависимости координаты пространства от силы

$$x = f^{-1}(F), \quad (7)$$

времени от силы

$$t = \phi^{-1}(F), \quad (8)$$

⁴ Лузин Н.Н. Дифференциальное исчисление. М.: Советская наука, 1958.

времени от мощности

$$t = \varphi^{-1}(N), \quad (9)$$

координаты от импульса

$$x = s^{-1}(P), \quad (9,a)$$

времени от энергии

$$t = e^{-1}(E), \quad (9,b)$$

времени от импульса

$$t = \kappa^{-1}(P). \quad (9,c)$$

Для монотонных функций прямая и обратная функции являются взаимно однозначными (Лузин, 1958)⁴.

Целью исследования становится постановка обратной задачи классической динамики, её решение в виде построения элементов основ хронодинамики и представление потенциальной динамики, как суперпозиции динамики и хронодинамики.

Методы исследования. Работа A , импульс P , энергия E , механический момент M , действие S , момент массы M_m в представлениях (1), (2), (3), (3,a), (3,b), (3,c) являются потенциалами во взаимно функциональном представлении переменных [Базаров, 2017], поэтому на основании исследования полных дифференциалов потенциальных функций можно в динамике построить в соответствие сопряженную хронодинамику на основе функционального отображения пространства-времени на динамические параметры: силу, мощность, импульс, энергию, действие, момент массы.

В прямой задаче классической динамики [Арнольд, 1977], (Ландау и Лифшиц, 1977⁵; Синг, 1963⁶) независимыми являются параметры координатного пространства-времени, а функциональными – динамические параметры (4), (5), (6), (6,a), (6,b), (6,c).

В обратной задаче (хронодинамика) независимыми становятся динамические параметры, а функциональными пространство-время (7), (8), (9), (9,a), (9,b), (9,c).

Для решения обратной задачи классической динамики выполним исследование полных дифференциалов функционального представления ра-

⁴ Лузин Н.Н. Дифференциальное исчисление. М.: Советская наука, 1958.

⁵ Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1973.

⁶ Синг Дж. Классическая динамика. М.: ГИФМЛ, 1963. .

боты, импульса, энергии, механического момента, действия, момента массы как потенциалов.

Результаты исследования. Для потенциальной работы A (1) полный дифференциал равен

$$dA = F dx + x dF = dA_x + dA_F, \quad (10)$$

здесь $dA_x = F dx$ – элементарная работа сил в пространстве (классическая динамика), $dA_F = x (dF/dx)dx$ – элементарная функциональная работа пространства в поле сил (хронодинамика).

Из равенства (10) следует представление потенциальной силы в пространстве

$$dA / dx = F + x dF / dx = F + F_x, \quad (10,a)$$

как суперпозиция силы F и функциональной пространственной силы F_x и потенциального пространства

$$dA / dF = x + F dx / dF = x + x_x, \quad (11)$$

как суперпозиции координатного пространства x и функционального пространства x_x .

При $F = C_x x$, $C_x = \text{const}$,

функциональная пространственная сила F_x равна координатной силе F ;

при $F = C_x / x$,

потенциальная сила (10,a) и потенциальное пространство (11) равны нулю;

при $F = -C_x / x^2$,

потенциальная сила (10,a) равна антисиле, а потенциальное пространство равно половине координатного.

Силе можно поставить в соответствие потенциальное представление

$$F = \pm \partial A / \partial x, \quad (12)$$

а из уравнения

$$mdv/dt = \pm \partial A / \partial x, \quad (13)$$

следует закон сохранения энергии

$$\frac{1}{2} mv^2 \pm A = \text{const}. \quad (14)$$

Интегральное представление потенциальной работы

$$A = F x = \int F dx + \int x dF = \int (F + x dF/dx) dx = A_x + A_F, \quad (15)$$

имеет вид суперпозиции работы силы в пространстве A_x и функциональной работы пространства A_F в виде суммы координатного интеграла Римана и функционального интеграла Стильтьеса (Корн и Корн, 1968)⁷.

Можно ввести коэффициент эффективности работы в динамике

$$K_A = A_x / (A_F + A_x).$$

Полный дифференциал для потенциального импульса (2) равен

$$dP = F dt + t dF = dP_F + dP_t, \quad (16)$$

как суперпозиция элементарного импульса в современной динамике dP_F и элементарного функционального временного импульса dP_t .

Согласно равенству (16) потенциальная сила равна

$$dP / dt = F + t dF/dt = F + F_t \quad (17)$$

и является суммой силы F в динамике

$$dP_F / dt = F \quad (18)$$

и функциональной хроносилы F_t

$$dP_t / dt = t dF / dt. \quad (19)$$

Согласно формуле (16) потенциальное время равно

$$dP / dF = t + F dt / dF = t + t_t, \quad (20)$$

как суперпозиция координатного времени t и функционального времени t_t .

При $F = C_t t$, $C_t = \text{const}$, (21)

функциональная временная сила F_t равна координатной силе F , функциональное время t_t равно координатному t ;

При $F = C_t / t$, (22)

потенциальная сила (17) и потенциальное время (20) равны нулю;

при $F = -C_t / t^2$, (23)

потенциальная сила равна антисиле, а потенциальное время равно половине координатного.

Из уравнения

$$P = t F = t(\pm \partial P / \partial t)$$

⁷ Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968.

следует представление потенциального импульса

$$P = \pm C_p t^{\pm 1},$$

при

$$P = C_p t,$$

координатная сила равна потенциальной;

при

$$P = -C_p/t,$$

потенциальная сила равна антисиле.

Из уравнения

$$mdv/dt = \pm \partial P/\partial t$$

следует закон сохранения импульса

$$mv \pm P = \text{const}$$

Интегральное представление потенциального импульса имеет вид

$$P = F t = \int F dt + \int t dF = \int (F + t x dF/dt) dt = P_F + P_t \quad (24)$$

как суперпозиция импульса тела в координатном пространстве (интеграл Римана, классическая динамика) и функционального импульса времени (интеграл Стильтеса, хронодинамика).

Здесь также можно ввести коэффициент эффективности

$$K_p = P_F / (P_F + P_t).$$

Полный дифференциал для потенциальной энергии (3) равен

$$dE = N dt + t dN = dE_N + dE_t \quad (25)$$

как суперпозиция элементарной энергии в современной динамике dE_N и элементарной функциональной временной энергии dE_t .

Согласно формуле (25) потенциальная мощность равна

$$dE/dt = N + t dN/dt = N + N_t \quad (26)$$

и является суммой мощности N в динамике

$$dE_F/dt = N \quad (27)$$

и функциональной мощности N_t в хронодинамике

$$dE_t/dt = t dN/dt. \quad (28)$$

Согласно равенству (25) потенциальное время в координатной системе мощность-время равно

$$dE/dN = t + N dt/dN = t + t_t \quad (29)$$

как суперпозиция координатного времени t и функционального времени t_i .

При $N = C_t t$, $C_t = \text{const}$,

функциональная временная мощность N_i равна координатной мощности N , функциональное время t_i равно координатному t ;

при $N = C_t / t$

потенциальная мощность (26) и потенциальное время (29) равны нулю;

при $N = -C_t / t^2$

потенциальная мощность (26) равна антимощности, а потенциальное время (29) равно половине координатного.

Из уравнения

$$E = t N = t(\pm \partial E / \partial t)$$

следует представление потенциальной энергии

$$E = \pm C_e t^{\pm 1},$$

при $E = C_e t$,

координатная мощность равна потенциальной;

при $E = -C_e / t$,

потенциальная мощность равна координатной антимощности.

Из уравнения

$$\frac{1}{2} m dv^2 / dt = \pm \partial E / \partial t$$

следует закон сохранения энергии

$$\frac{1}{2} m v^2 \pm E = \text{const}.$$

Интегральное представление потенциальной энергии имеет вид

$$E = N t = \int N dt + \int t dN = \int (N + t dN / dt) dt = E_F + E_t \quad (30)$$

как суперпозиция энергии в координатном времени (интеграл Римана, классическая динамика) и функциональной энергии времени в пространстве (интеграл Стильеса, хронодинамика).

Полный дифференциал механического момента (3,а) равен

$$dM = P dx + x dP = dM_F + dM_x \quad (31)$$

как суперпозиция элементарного механического момента в современной динамике dM_F и элементарного функционального dM_x .

Согласно уравнению (31) потенциальный импульс равен

$$dM / dx = P + x dP/dx = P + P_x \quad (32)$$

и является суммой импульса в динамике

$$dM_F / dx = P \quad (33)$$

и функционального импульса P_x в хронодинамике

$$dM_x / dx = x dP / dx. \quad (34)$$

Согласно уравнению (31) потенциальное пространство в координатной системе импульс-пространство равно

$$dM / dP = x + Pdx / dP = x + x_x \quad (35)$$

как суперпозиция координатного пространства x и функционального пространства x_x .

При

$$P = C_M x, C_M = \text{const},$$

функциональный пространственный импульс P_x равен координатному импульсу P , функциональное пространство x_x равно координатному x ;

при

$$P = C_M / x,$$

потенциальный импульс (32) и потенциальное пространство (35) равны нулю;

при

$$P = -C_M / x^2$$

потенциальный импульс равен антиимпульсу, а потенциальное пространство равно половине координатного.

Интегральное представление потенциального механического момента по координате пространства имеет вид

$$M = Px = \int Pdx + \int x dP = \int (P + x dP/dx) dx = M_F + M_x \quad (36)$$

как суперпозиция механического момента в пространстве (интеграл Римана, классическая динамика) и функционального пространственного механического момента (интеграл Стильтеса, хронодинамика).

Полный дифференциал действия в представлении (3,b) равен

$$dS = E dt + t dE = dS_E + dS_t \quad (37)$$

как суперпозиция элементарного действия dS_E и элементарного функционального dS_t .

Согласно формуле (37) потенциальная энергия равна

$$dS / dt = E + t dE/dt = E + E_t \quad (38)$$

и является суммой энергии в динамике

$$dS_E / dt = E \quad (39)$$

и функциональной энергии E_t в хронодинамике

$$dS_t / dt = t dE / dt . \quad (40)$$

Согласно формуле (37) потенциальное время в координатной системе энергия-время равно

$$dS / dE = t + Edt / dE = t + t_t$$

как суперпозиция координатного времени t и функционального t_t .

При

$$E = C_E t, C_E = \text{const},$$

функциональная энергия E_t равна координатной E , функциональное время t_t равно координатному t ;

при

$$E = C_E / t$$

потенциальная энергия и потенциальное время равны нулю;

при

$$E = -C_E / t^2$$

потенциальная энергия равна антиэнергии, а потенциальное время равно половине координатного.

Интегральное представление потенциального действия имеет вид

$$S = Et = \int Edt + \int t dE = \int (E + t dE / dt) dt = S_E + S_t \quad (40, a)$$

как суперпозиция действия в пространстве (интеграл Римана, классическая динамика) и функционального (интеграл Стилтгеса, хронодинамика).

Полный дифференциал момента массы (3,с) равен

$$dM_M = P dt + t dP = dM_P + dM_t \quad (41)$$

как суперпозиция элементарного момента массы в современной динамике dM_P и элементарного функционального dM_t .

Согласно (41) потенциальный импульс равен

$$dM_M / dt = P + t dP / dt = P + P_t \quad (42)$$

и является суммой импульса в динамике

$$dM_P / dt = P \quad (43)$$

и функционального импульса P_t в хронодинамике

$$dM_t / dt = t dP / dt . \quad (44)$$

Согласно уравнению (41) потенциальное время в координатной системе импульс-время равно

$$dM_M / dP = t + Pdt / dP = t + t_t \quad (45)$$

как суперпозиция координатного времени t и функционального t_t .

При $P = C_M t$, $C_M = \text{const}$,

функциональный импульс P_t равен координатному импульсу P , функциональное время t_t равно координатному t ;

при $P = C_M / t$

потенциальный импульс и потенциальное время равны нулю;

при $P = -C_M / t^2$

потенциальный импульс равен антиимпульсу, а потенциальное время равно половине координатного.

Интегральное представление потенциального момента массы по координате времени имеет вид

$$M_M = Pt = \int Pdt + \int tdP = \int (P + tdP/dt)dt = M_P + M_t \quad (46)$$

как суперпозиция момента массы (интеграл Римана, классическая динамика) и функционального момента массы (интеграл Стильгеса, хронодинамика).

Заключение. Элементы основ хронодинамики построены на решении обратной задачи динамики. В координатной системе отсчета динамический параметр-время (пространство) функциональной связности динамического параметра со временем (пространством) на основании теории обратных функций построена асимметричная функциональность времени (пространства) от динамических параметров. Произведение динамического параметра на время (пространство) является потенциалом, исследование полного дифференциала которого позволяет получать представление функциональных времени (пространства) и динамических параметров в хронодинамике, дополняющих динамику. Исследование потенциальных параметров открывает динамический код связности динамических параметров.

Библиографический список

- Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974. 432 с.
- Базаров С.М. Этюды связностей полей пространства-времени пространства. СПб.: СПбГЛТУ, 2017. 28 с.
- Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 1. Современная наука о природе. Законы механики. М.: Мир, 1977. С. 263.

References

Arnold V.I. Mathematical methods of classical mechanics, Moscow: Nauka, 1974, 432 p. (In Russ.)

Bazarov S.M. Etudes connectedness fields of space-time space. St. Petersburg: SPbGLTU, 2017. p. 28. (In Russ.)

Feynman R., Leighton R., Sands M. Feynman lectures on physics, vol. 1. Modern science of nature. Laws of mechanics, Moscow: Mir, 1977, p. 263. (In Russ.)

Материал поступил в редакцию 17.09.2020

Базаров С.М. Введение в хронодинамику // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2020. Вып. 233. С. 259-270. DOI: 10.21266/2079-4304.2020.233.259-270

В динамике решаются задачи движения тел в координатной системе отсчета динамический параметр-время (пространство): динамические параметры (сила, импульс, энергия, механический момент) функциональны по отношению к независимым координатам времени (пространства). Как правило, эти функции непрерывны (кусочно непрерывны), поэтому с позиции теории обратных функций им можно построить в соответствие обратные функции: функциональность времени (пространства) от динамических параметров как независимых. Для монотонных функций эти отображения (образ-прообраз) взаимно однозначные. Произведение динамического параметра на координату времени (пространства) является потенциалом, это произведение образа и прообраза. Потенциалу можно поставить в соответствие полный дифференциал. Аналитическое исследование полного дифференциала потенциала в координатной системе динамические параметры-время (пространство) раскрывает картину появления функционального времени (пространства) и функциональных динамических параметров, сопряженных координатному времени (пространству) и динамическим параметрам. В результате этого вырисовываются элементы основ хронодинамики, сопряженно дополняющие динамику до потенциальной динамики. При потенциальном построении динамики функциональность динамических параметров от времени (пространства), раскрываемая законами сохранения в динамике, дополняется функциональностью времени (пространства) от динамических параметров: сколько динамических параметров, соответственно столько функциональных времен (пространств) и функциональных параметров. В обобщенной потенциальной динамике динамическим параметрам и времени (пространству) в динамике ставится в соответствие потенциальные динамические параметры и потенциальные времена (пространства). В результате исследования получено: при гиперболической зависимости динамических параметров от времени (пространства) соответствующие им потенциальные динамические параметры и потенциальные времена (пространства) равны нулю. В этих случаях динамика и хронодинамика становятся взаимными антидинамиками. Исследование потенциальных параметров открывает динамический код связности динамических параметров.

Ключевые слова: функция, время, пространство, параметр, связность.

Bazarov S.M. Introduction to chronodynamics. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehniceskoy Akademii*, 2020, is. 233, pp. 259–270 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2020.233.259-270

In dynamics, the problems of motion of bodies in the coordinate reference system dynamic parameter-time (space) are solved: dynamic parameters (force, momentum, energy, mechanical moment) are functional with respect to independent coordinates of time (space). As a rule, these functions are continuous (piecewise continuous), so from the position of the torus of inverse functions, they can be constructed in accordance with inverse functions: the functionality of time (space) from dynamic parameters, as independent. For monotone functions, these mappings (image-prototype) are one-to-one. The product of a dynamic parameter on the coordinate of time (space) is a potential, it is the product of an image and a prototype, the Potential can be matched with a complete differential. The analytical study of the full potential differential in the coordinate system dynamic parameters-time (space) reveals the picture of the appearance of functional time (space) and functional dynamic parameters conjugated to coordinate time (space) and dynamic parameters. As a result, elements of the basics of chronodynamics are drawn, which complement the dynamics to the potential dynamics. In the potential construction of dynamics, the functionality of dynamic parameters from time (space), revealed by the laws of conservation in dynamics, is supplemented by the functionality of time (space) from dynamic parameters: how many dynamic parameters, respectively, as many functional times (spaces) and functional parameters. In generalized potential dynamics, the dynamic parameters and time (space) in dynamics are matched to the potential dynamic parameters and potential times (space). As a result of the study, it is obtained that if the dynamic parameters are hyperbolically dependent on time (space), the corresponding potential dynamic parameters and potential times (space) are equal to zero. In these cases, dynamics and chronodynamics become mutual anti-dynamics. Investigation of potential parameters opens the dynamic code of connectivity of dynamic parameters.

Key words: function, time, space, parameter, connectivity.

БАЗАРОВ Сергей Михайлович – старший научный сотрудник, профессор кафедры технологических процессов и машин лесного комплекса Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, доктор технических наук.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: s.bazarow@yandex.ru

BAZAROV Sergey M. – DSc (Technical), professor of «Technological processes and machines forest complex » department, St.Petersburg State Forest Technical University.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: s.bazarow@yandex.ru