

2. ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ ЛЕСОЗАГОТОВОК

УДК 630

**С.С. Петросян, Д.В. Отмахов, В.Г. Алексеенко,
С.И. Ревяко, А.А. Егорин, Е.Г. Хитров**

МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ КОЛЕИ НА ЛИНЕЙНО УПРочНЯЮЩЕМСЯ ГРУНТЕ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

Введение. Результаты теоретического моделирования взаимодействия движителей машин с грунтами позволяют решать ряд актуальных задач [Хитров, 2019; Хитров, 2020а]. Одной из важнейших является обоснование параметров и режимов работы лесных машин, обеспечивающих проходимость техники, ограничивающих ущерб лесной экосистеме, вызванный колееобразованием, уплотнением грунтов и срезом почвы [Хитров, 2019; Хитров, 2020а]. Помимо обоснования параметров и режимов работы существующих машин, на базе результатов моделирования возможна разработка перспективных образцов техники, совместимых с природно-производственными условиями [Хитров, 2020а]. Дальнейшее развитие теории, точнее раскрывающей динамику взаимодействия движителей с грунтами, необходимо для исследования таких явлений, как встреча машины с препятствием, циклическое воздействие на грунт при движении колесных и гусеничных машин, вибрация при обработке деревьев. В этой связи необходимо провести уточнение подхода к моделированию поведения лесного грунта под нагрузкой. Известны модели [Лухминский, 2018], так или иначе учитывающие упругие, вязкие и пластические деформации лесных грунтов, но до настоящего времени ряд вопросов проработан слабо. Модели Гука, Кельвина–Фойгта, Максвелла–Томпсона, Пойнтинга–Томпсона полностью восстанавливают форму после снятия нагрузки. Деформации моделей Максвелла, Летерзиха, Бюргерса, Бингама–Шведова, Бингама, Шведова неограниченно возрастают по времени при действии нагрузки. И то и другое зачастую противоречит практике [Песков, 2018; Хахина, 2018; Хитров, 2020b] (исключение составляют прочные грунты, на которых колееобразо-

вание незаметно, а также грунты в текучем состоянии, на которых машина тонет). Для адекватной передачи поведения лесного грунта под переменной динамической нагрузкой необходимо учесть, с одной стороны, его восстановление при снижении и снятии нагрузки, с другой – необратимые пластические деформации, ограниченные по величине.

Цель данного исследования – разработать математическую модель образования колеи на лесном грунте, учитывающую его частичное восстановление при снижении и снятии нагрузки, а также необратимые деформации, ограниченные по величине.

Методика исследования. В качестве теоретической основы для разработки модели использована реологическая модель тела Бингама [Лухминский, 2018]. Числовые значения параметров модели приняты на основе результатов экспериментов по определению механических свойств лесных грунтов, выполненных отечественными исследователями [Хахина, 2018; Khitrov, 2019]. Для оценки предельного значения деформации модели использованы результаты предыдущих исследований по определению глубины колеи на базе методов механики грунта и теории движения автомобильного транспорта в условиях бездорожья. Реализация предлагаемой модели выполнена в программе Maple 2017, решения получены численно методом Рунге–Кутты.

Результаты исследования. Уравнение, связывающее напряжение и деформацию тела Бингама, имеет вид [Лухминский, 2018]:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1}{E_0} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{1}{\eta} (\sigma(t) - \sigma_T) \text{He}(\sigma(t) - \sigma_T),$$

где ε – относительная деформация; σ – нормальное напряжение; E_0 , η – параметры модели, характеризующие упругость и вязкость; σ_T – предел пластичности; t – время; $\text{He}(\xi)$ – единичная функция Хевисайда:

$$\begin{cases} \text{He}(\xi) = 1, & \xi > 0, \\ \text{He}(\xi) = 0, & \xi \leq 0, \end{cases} \quad (2)$$

где ξ – аргумент функции.

Рассмотрим воздействие периодической нагрузки, действующей на грунт какое-то ограниченное время. Примем функцию нормального напряжения:

$$\sigma(t) = [\vartheta_1 + \vartheta_2 \sin \vartheta_3 t] \text{He}(T - t), \quad (3)$$

где ϑ_1 , ϑ_2 , ϑ_3 – некоторые параметры; T – общая длительность воздействия.

Примем $\vartheta_1 = p$, $\vartheta_2 = q$, $\vartheta_3 = \omega$, причем, p – среднее давление по пятну контакта в статике, q – давление, вызванное действием периодической нагрузки (например, при обработке дерева харвестером), ω – период колебаний нагрузки. Тогда

$$\sigma(t) = [p + q \sin \omega t] \text{He}(T - t). \quad (4)$$

Для модели Бингама при $\sigma(t) > \sigma_T = \text{const}$ деформация модели будет неограниченно возрастать по времени со скоростью, пропорциональной $1/\eta$. При $\sigma(t) \leq \sigma_T$ модель частично восстанавливает форму пропорционально $1/E_0$.

Учтем «упрочнение» грунта, связанное с изменением его физико-механических свойств и уменьшением толщины деформируемого слоя.

Известно, что максимальную глубину колеи в статике, пренебрегая кратковременностью воздействия движителя, можно оценить, решив уравнение [Агейкин, 1970; Хитров, 2021]:

$$h_{stat} = \frac{p_s}{p_s - p} \frac{Jab}{E \sqrt{-\frac{Jp}{E} + 1}} \arctg \frac{H - h_{stat}}{ab \sqrt{-\frac{Jp}{E} + 1}}, \quad (5)$$

где h_{stat} – глубина колеи, рассчитанная без учета длительности воздействия; p_s – несущая способность грунта; E – модуль общей деформации грунта; H – толщина деформируемого слоя; J, b, l, a – параметры пятна контакта, которые определим по формулам [Агейкин, 1970; Хитров, 2021]:

$$\begin{aligned} b &= B, & l &= L, \\ J &= \frac{0,03b + l}{0,6b + 0,43l}, & a &= 0,64 \frac{b + H}{H}, \end{aligned} \quad (6)$$

где B – средняя ширина пятна контакта; L – средняя длина пятна контакта.

Предположим, что предел пластичности σ_T изменяется, увеличиваясь по мере увеличения деформации ε . Примем линейную связь:

$$\sigma_T = \zeta_1 + \zeta_2 \varepsilon(t), \quad (7)$$

где ζ_1, ζ_2 – некоторые параметры.

Образование колеи на лесных грунтах заметно уже при работе сравнительно легких машин с небольшим давлением по пятну контакта. При этом решение уравнения (5) дает нам верхнюю оценку глубины колеи в статике, примем ее в качестве предельного значения при $q = 0$ и давлении p . Тогда с учетом (4) следует принять $\zeta_1 = 0$, $\zeta_2 = p/\varepsilon_{stat}$, где

$$\varepsilon_{stat} = \frac{h_{stat}}{H}, \quad (8)$$

и записать (7) так:

$$\sigma_T = p \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_{stat}}. \quad (9)$$

Анализ (1) показывает, что выражение предела пластичности σ_T в виде (9) отразит начало образования колеи при любом $p > 0$ и прекращение развития необратимых деформаций при $q = 0$ и $\varepsilon = \varepsilon_{stat}$; дальнейшее развитие необратимых деформаций при $q > 0$ возможно вплоть до предела $\varepsilon = \varepsilon_{stat}(1 + q/p)$ при $T \rightarrow \infty$, причем, их скорость снижается. Перепишем уравнение (1):

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1}{E_0} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{1}{\eta} \left(\sigma(t) - p \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_{stat}} \right) \text{He} \left(\sigma(t) - p \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_{stat}} \right). \quad (10)$$

Начальное условие к его решению:

$$\varepsilon(0) = \frac{\sigma(0)}{E_0}. \quad (11)$$

Глубину колеи, изменяющуюся по времени, определим по формуле

$$h(t) = \frac{\varepsilon(t)}{H}. \quad (12)$$

Примем исходные данные, чтобы привести пример реализации модели. Рассмотрим воздействие периодической нагрузки на слабый лесной почвогрунт III категории прочности. Свойства грунта: $E = 0,4$ МПа, $E_0 = 4$ МПа, $p_s = 0,04$ МПа, $\eta = 0,7$ МПа·с, $H = 0,79$ м [Песков, 2018; Хахина, 2018]. Параметры воздействия: $B = 0,7$ м, $L = 0,8$ м, $p = 0,028$ МПа, $q = 0,028$ МПа, $\omega = 1$ с⁻¹. При принятых исходных данных в результате решения (5) получим $h_{stat} = 0,1866$ м.

Дополнительно рассмотрим вязко-пластическую модель

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1}{\eta} \left(\sigma(t) - p \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_{stat}} \right) \text{He} \left(\sigma(t) - p \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_{stat}} \right), \quad (13)$$

при начальном условии

$$\varepsilon(0) = 0. \quad (14)$$

Для иллюстрации ограниченности области применения известных реологических моделей, отмеченной здесь во введении, также реализуем вязко-упругую модель Максвелла и Максвелла–Томпсона [Хахина, 2018]:

$$\frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{E_0 + E_1}{\eta} \sigma(t) = E_0 \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \frac{E_0 E_1}{\eta} \varepsilon(t), \quad (15)$$

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1}{E_0} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma(t), \quad (16)$$

при начальных условиях (11) и $E_1 = p/\varepsilon_{stat} = 0,015$ МПа, и вязкоупруго-пластическую модель Бингама (1) при постоянном $\sigma_T = 0,5p_s = 0,02$ МПа.

Результаты расчетов, выполненных в программе Maple 2017, представлены на рис/ 1–6. Решения уравнений (1), (10), (13) получены численным методом Рунге–Кутты 4–5 порядка точности. Точные решения (15), (16) известны.

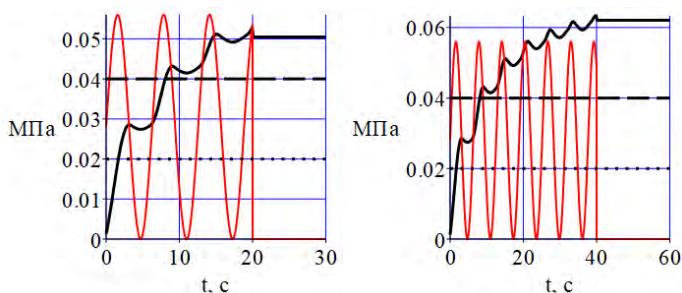


Рис. 1. Нормальное напряжение в модели

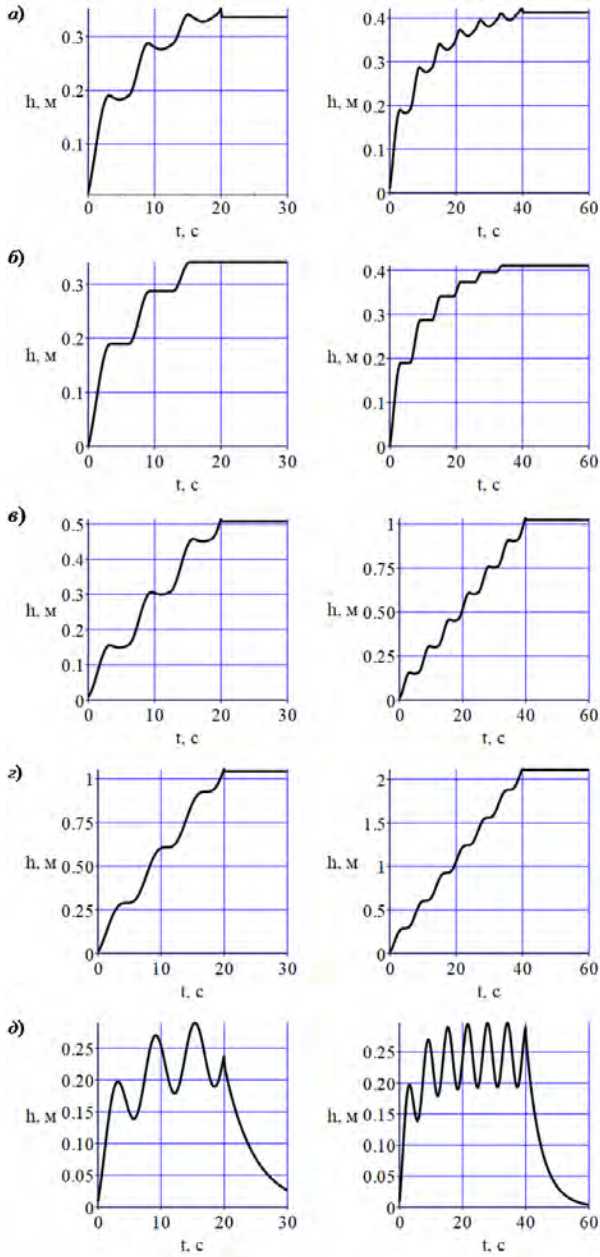
Сплошная черная линия – предел пластичности упрочняющегося грунта, точки – предел пластичности без упрочнения, пунктирная линия – несущая способность грунта, сплошная красная линия – нормальное напряжение

Fig. 1. Normal stress in the model

Solid black line – plasticity limit of hardening ground, dots – plasticity limit without hardening, dashed line – carrying capacity of the ground, solid red line – normal stress

Рис. 2. Глубина колеи, рассчитанная с использованием: а) предлагаемой модели упруго-вязко-пластического упрочняющегося грунта; б) предлагаемой модели вязко-пластического упрочняющегося грунта; в) модели упруго-вязко-пластического тела Бингама; г) модели упруго-вязкого тела Максвелла; д) модели упруго-вязкого тела Максвелла–Томпсона

Fig. 2. Rut depth calculated using: а) the proposed model of elastic-viscoplastic hardening soil; б) the proposed model of visco-plastic hardening soil; в) the Bingham elastic-viscoplastic body model; г) the Maxwell elastic-viscous body model; д) the Maxwell-Thompson elastic-viscous body model



Выводы. Проведенные расчеты показывают, что использование переменного предела пластичности, увеличивающегося пропорционально деформации, в предлагаемой модели позволяет учесть ограничение необратимых деформаций лесного грунта по величине, что качественно согласуется с известными экспериментальными данными (см. рис. 2). Это отличает предлагаемую модель от распространенных упруго-вязких и упруго-вязкопластических моделей (см. рис. 2, *в, г, д*). При пренебрежении упругим восстановлением грунта упрощенная модель принимает вид уравнения (13).

В дальнейшем полученные результаты планируется интегрировать в математические модели, раскрывающие динамическое воздействие лесных машин на грунты, связанное с колебаниями при движении, встрече с препятствиями, обработке деревьев. При этом для получения практических выводов целесообразно исследовать вопрос об интерполяции численного решения: для получения функций, удобных при реализации моделей, учитывающих колебания в многомассных системах с нелинейными связями.

Отдельное направление дальнейших исследований состоит в моделировании поведения нелинейно упрочняющегося грунта под воздействием лесных машин. Реализация такого подхода не составляет сложностей при использовании численных методов в современных программах.

Библиографический список

- Агейкин Я.С.* Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.
- Лухминский В.А.* Совершенствование моделей и методов прогнозирования проходимости гусеничных лесных машин: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2018. 179 с.
- Песков В.Б.* Совершенствование моделей для оценки колесобразования и уплотнения почвогрунтов под воздействием движителей колесных лесных машин: дис. ... канд. техн. наук: 05.21.01. СПб., 2018. 190 с.
- Хахина А.М.* Методы прогнозирования и повышения проходимости колесных лесных машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.21.01. СПб., 2018. 318 с.
- Хитров Е.Г.* Анализ составляющих глубины колеи, образующейся под воздействием движителя лесной машины на почвогрунт // *Resources and Technology*. 2019. Т. 16, № 4. С. 76–93.
- Хитров Е.Г., Андронов А.В., Хахина А.М., Григорьев Г.В.* Комплексная оценка показателей взаимодействия движителей машин с лесными грунтами на базе методов теории движения транспорта в условиях бездорожья // *Resources and Technology*. 2021. Т. 18, № 1. С. 1–52.
- Хитров Е.Г., Котенев Е.В., Андронов А.В., Чжан С.А., Никифорова В.А.* Исследование экологичности и вопросы сертификации движителей лесных машин // *Системы. Методы. Технологии*. 2020а. № 2 (46). С. 100–105.

Хитров Е.Г., Андронов А.В., Хахина А.М., Григорьев Г.В. Математические модели взаимодействия движителей машин с грунтами (обзор) // *Resources and Technology*. 2020b. Т. 17, № 4. С. 15–64.

Khitrov E.G., Andronov A.V., Martynov B.G., Spiridonov S.V. Interrelations of various soil types mechanical properties // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. P. 012032.

References

Ageikin Ya.S. Passability of vehicles. М.: Mashinostroenie, 1981. 232 p. (In Russ.)

Khakhina A.M. Methods for forecasting and increasing the patency of wheeled forest machines : diss. ... Dr. Tech. Sciences: 05.21.01. SPb., 2018. 318 p. (In Russ.)

Khitrov E.G. Analysis of the components of the depth of the track formed under the influence of the propeller of the forest machine on the soil. *Resources and Technology*, 2019, vol. 16, no. 4, pp. 76–93. (In Russ.)

Khitrov E.G., Andronov A.V., Khakhina A.M., Grigorev G.V. Comprehensive assessment of the indicators of the interaction of machine propellers with forest soils based on the methods of the theory of traffic in off-road conditions. *Resources and Technology*, 2021, vol. 18, no. 1, pp. 1–52. (In Russ.)

Khitrov E.G., Kotenev E.V., Andronov A.V., Chzhan S.A., Nikiforova V.A. Environmental studies and certification issues of forest machine propellers. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, 2020a, no. 2 (46), pp. 100–105. (In Russ.)

Khitrov E.G., Andronov A.V., Khakhina A.M., Grigorev G.V. Mathematical models of the interaction of machine propellers with soils. *Resources and Technology*, 2020b, vol. 17, no. 4, pp. 15–64. (In Russ.)

Khitrov E.G., Andronov A.V., Martynov B.G., Spiridonov S.V. Interrelations of various soil types mechanical properties. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, pp. 012032.

Lukhminskii V.A. Improvement of models and methods for predicting the patency of caterpillar forest machines : diss. ... Cand. tech. Sciences: 05.21.01. SPb., 2018. 179 p. (In Russ.)

Peskov V.B. Improvement of models for assessing rutting and soil compaction under the influence of propellers of wheeled forest machines : diss. ... Cand. tech. Sciences: 05.21.01. SPb., 2018. 190 p. (In Russ.)

Материал поступил в редакцию 12.01.2022

Петросян С.С., Отмахов Д.В., Алексеенко В.Г., Ревяко С.И., Егорин А.А., Хитров Е.Г. Модель образования колеи на линейно упрочняющемся грунте при периодической нагрузке // *Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии*. 2022. Вып. 238. С. 88–98. DOI: 10.21266/2079-4304.2022.238.88-98

Цель исследования – разработать математическую модель образования колеи на лесном грунте, учитывающую его частичное восстановление при снижении и снятии периодической нагрузки, а также необратимые деформации, ограниченные

по величине. В качестве теоретической основы для разработки модели использована реологическая модель тела Бингама. Числовые значения параметров модели приняты на основе результатов экспериментов по определению механических свойств лесных грунтов, выполненных отечественными исследователями. Для оценки предельного значения деформации модели использованы результаты предыдущих исследований по определению глубины колеи на базе методов механики грунта и теории движения автомобильного транспорта в условиях бездорожья. Реализация предлагаемой модели выполнена в программе Maple 2017, решения получены численно методом Рунге–Кутты. Проведенные расчеты показывают, что использование переменного предела пластичности, увеличивающегося пропорционально деформации, в предлагаемой модели позволяет учесть ограничение необратимых деформаций лесного грунта по величине, что качественно согласуется с известными экспериментальными данными. Это отличает предлагаемую модель от распространенных упруго-вязких и упруго-вязко-пластических моделей. В дальнейшем полученные результаты планируется интегрировать в математические модели, раскрывающие динамическое воздействие лесных машин на грунты, связанное с колебаниями при движении, встрече с препятствиями, обработке деревьев. При этом для получения практических выводов целесообразно исследовать вопрос об интерполяции численного решения – для получения функций, удобных при реализации моделей, учитывающих колебания в многомассных системах с нелинейными связями. Отдельное направление дальнейших исследований состоит в моделировании поведения нелинейно упрочняющегося грунта под воздействием лесных машин. Реализация такого подхода не составляет сложностей при использовании численных методов в современных программах.

Ключевые слова: предел пластичности грунта, динамическое воздействие, движителя лесных машин, численные методы.

Petrosyan S.S., Otmakhov D.V., Alekseenko V.G., Revyako S.I., Egorin A.A., Khitrov E.G. Model of rut formation on a linear strengthening soil under a periodic load. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehnicheskoj Akademii*, 2022, iss. 238, pp. 88–98 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2022.238.88-98

The aim of the study is to develop a mathematical model of rut formation on a forest soil, taking into account its partial elastic recovery with a decrease and removal of a periodic load, as well as its' limited plastic deformations. The rheological model of the Bingham body was used as a theoretical basis for the development of the model. The numerical values of the model parameters are taken on the basis of the results of experiments to determine the mechanical properties of forest soils, carried out previously. To assess the limiting value of the model deformation, the results of previous studies were used to determine the rut depth basing on the methods of terramechanics and the theory of off-the-road locomotion. The proposed model was implemented in the Maple 2017 program; the solutions were obtained numerically by the Runge-Kutta method. The calculations show that the use of a variable plasticity

limit, which increases in proportion to the deformation, makes it possible to take into account the limitation of the plastic deformations of forest soil, which qualitatively corresponds with the known experimental data. This distinguishes the proposed model from common elastic-viscous and elastic-visco-plastic models. In the future, the results obtained are planned to be integrated into mathematical models that reveal the dynamic effect of forestry machines on soils linked with vibrations during their movement, obstacles encountering, and trees processing. A separate area of further research consists in modeling the behavior of nonlinearly strengthening soil under the influence of forest machines.

Keywords: soil plasticity limit, dynamic load, forestry vehicles, numerical methods

ПЕТРОСЯН Сергей Суренович – соискатель кафедры технологии лесозаготовительных производств Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5493-1092>.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: petrosyan1974@yandex.ru

PETROSYAN Sergei S. – applicant of the Department of Logging Technology of St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5493-1092>.

194021. Institutskii per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: petrosyan1974@yandex.ru

ОТМАХОВ Дмитрий Валентинович – доцент кафедры технической эксплуатации и сервиса транспортно-технологических машин Тихоокеанского государственного университета, кандидат технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9019-494X>.

680035, Тихоокеанская ул., д. 13, г. Хабаровск, Россия. E-mail: 003290@pnu.edu.ru

ОТМАКHOV Dmitrii V. – PhD (Technical). Associate Professor of the Department of Technical Operation and Service of Transport and Technological Machines, Pacific National University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9019-494X>.

680035. Tikhookeanskaya str. 13. Khabarovsk. Russia. E-mail: 003290@pnu.edu.ru

АЛЕКСЕЕНКО Владимир Геннадьевич – старший преподаватель кафедры технической эксплуатации и сервиса транспортно-технологических машин Тихоокеанского государственного университета. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7388-1625>.

680035, Тихоокеанская ул., д. 13, г. Хабаровск, Россия. E-mail: 002509@pnu.edu.ru

ALEKSEENKO Vladimir G. – Senior Lecturer, Department of Technical Operation and Service of Transport and Technological Machines, Pacific National University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7388-1625>.

680035, Tikhookeanskaya str. 13. Khabarovsk, Russia. E-mail: 002509@pnu.edu.ru

РЕВЯКО Сергей Иванович – декан факультета механизации Новочеркасского инженерно-мелиоративного института имени А.К. Кортунова Донского государственного аграрного университета, кандидат технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7362-5042>.

346428, Пушкинская ул., д. 111, г. Новочеркасск, Россия. E-mail: revyako77@mail.ru

REVYAKO Sergey I. – PhD (Technical), Dean of the Mechanization Faculty of Novocherkassk Engineering and Reclamation institute, Don State Agrarian University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7362-5042>.

346428. Pushkinskaya str. 111. Novocherkassk. Russia. E-mail: revyako77@mail.ru

ЕГОРИН Александр Анатольевич – соискатель кафедры лесного машиностроения, сервиса и ремонта Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8246-3583>.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: yegorin_a@bk.ru

EGORIN Aleksandr A. – applicant of the Department of Forest Engineering, Service and Repair of St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8246-3583>.

194021. Institutskii per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: yegorin_a@bk.ru

ХИТРОВ Егор Германович – профессор кафедры технологии лесозаготовительных производств Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, доктор технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4569-9508>.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: yegorkhitrov@gmail.com

KHITROV Egor G. – DSc (Technical), Professor of the Department of Logging Technology of St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4569-9508>.

194021. Institutskii per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: yegorkhitrov@gmail.com