

1. ЛЕСНОЕ ХОЗЯЙСТВО

УДК 502/504:630*53

Н.Н. Дубенок, А.В. Лебедев, В.В. Кузьмичев

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗРЕЖИВАНИЯ КУЛЬТУР СОСНЫ

Введение. Естественное изреживание древостоев – сложный процесс, для которого обычно выделяют пять стадий [Кузьмичев, 2013]: 1) заселение территории молодыми деревьями и формирование растительного сообщества; 2) ускоренное увеличение размеров деревьев с накоплением отстающих в росте экземпляров и начало их быстрого отпада, 3) стабилизация численности крупных деревьев с накоплением наибольшего запаса древесины, 4) распад основного полога с формированием нового поколения, 5) разновозрастный древостой, в котором преобладание по запасу переходит к молодым поколениям. Продолжительность отдельных стадий зависит от многих факторов: биологические свойства древесных пород, начальная густота, пространственная структура растительного сообщества и др. На примере лесных культур отмечается, что динамика изреживания представляет собой последовательные волновые периоды изменения численности отпада и волновую динамику текущего прироста растущих деревьев [Мерзленко, 2021]. В связи с этим моделирование динамики числа растущих деревьев и формирования отпада представляет собой сложную задачу.

Среди моделей роста и производительности древостоев выделяется особый класс моделей, которые позволяют прогнозировать процесс изреживания. Уменьшение числа деревьев со временем может быть классифицировано: 1) на регулярное (не катастрофическое), которое обусловлено конкуренцией за ресурсы внутри древостоя и 2) нерегулярное (катастрофическое), которое возникает в результате случайных возмущений, например, лесных пожаров, вспышек численности вредителей леса, воздействия сильного ветра, антропогенных выбросов в окружающую среду [Vanclay, 1995]. При моделировании динамики одновозрастных древостоев, как правило, учитывается отпад, связанный с действием факторов внутри древостоя. Процесс изреживания считается одной из важных частей в системах

имитации роста и производительности древостоев [Monserud, Sterba, 1999]. Но он также относится к одним из наименее изученных из-за сложного взаимодействия таких факторов, как экологические, физиологические, патологические и случайные [Thapa, Burkhardt, 2015]. На начальных этапах развития моделирования роста и производительности древостоев на изреживание внимание практически не обращалось из-за сложности прогнозирования отпада деревьев и отсутствия данных долговременных наблюдений. Часто количество стволов определялось косвенным путем, например, через заранее известные сумму площадей сечений и средний диаметр древостоя.

Вместе с моделями динамики таксационных показателей важную роль играют модели изреживания на уровне древостоя. Их назначением является предсказание числа растущих деревьев на единицу площади в будущем для данного начального возраста и текущего количества деревьев. Существует большое количество разнообразных подходов к моделированию динамики изреживания. Многочисленные исследования показывают, что алгебраический разностный подход обеспечивает приемлемые результаты моделирования, предсказывая количество деревьев в определенный момент времени на основе данных о текущих возрасте и числе деревьев, а также с использованием других переменных [Lemin, Burkhardt, 1983; Álvarez-González et al., 2004; Thapa, Burkhardt, 2015]. При этом данные повторных измерений на постоянных пробных площадях, необходимые для моделирования изреживания, включают количество деревьев (N_1) в начальном возрасте (A_1) и количество деревьев (N_2) в последующем возрасте (A_2). Подбирается такое уравнение, которое описывает зависимость N_2 от N_1 , A_1 и A_2 . Часто в уравнение включаются дополнительные переменные, например, класс бонитета или возраст заменяется на доминантную высоту. В общем виде уравнения изреживания древостоев, полученные методом алгебраического разностного подхода (ADA) записываются как $N_2 = f(N_1, A_1, A_2)$, где $A_1 \leq A_2$.

Цель исследования – моделирование естественного изреживания лесных культур сосны по данным долговременных наблюдений на постоянных пробных площадях различными уравнениями, полученными с применением алгебраического разностного подхода.

Объект и методика исследования. Объектом исследования являются лесные культуры сосны на постоянных пробных площадях в Лесной опытной даче Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К.А. Тимирязева, где лесокультурные работы начались в 1869 году.

Наибольшее количество насаждений искусственного происхождения было создано в последней четверти XIX века. Под руководством М.К. Турского было заложено большое количество опытных насаждений для изучения влияния на рост начальной густоты и способов посадки, географического происхождения посадочного материала, рубок ухода и др. В результате проведенных лесокультурных работ к 1902 году было заложено около 60 га культур сосны (практически $\frac{1}{4}$ площади Лесной опытной дачи). По итогам лесоустройства 2009 году лесные культуры сосны произрастали на площади 65 га со средним запасом 330 м^3 на 1 га [Наумов и др., 2019; Дубенок и др., 2018].

Для исследования отобраны данные обмеров в сосновых древостоях искусственного происхождения на 89 постоянных пробных площадях. Принимая во внимание наличие цикличности в формировании отпада в исследуемых культурах [Дубенок и др., 2020; Лебедев, Гостев, 2020], в выборку отобраны древостои с возрастом от 20 до 80 лет. Начальное количество деревьев в момент закладки лесных культур на пробных площадях составляет от 4 до 32 тыс. растений на 1 га. Для анализа исходные данные случайным образом разделялись в соотношении 7:3 на обучающую выборку, которая использовалась для подгонки модели, и тестовую, на которой выполнялась проверка ее обобщающей способности. Оценки для итоговой модели получены по всей выборке.

Для моделирования динамики изреживания древостоев использованы уравнения, полученные с использованием ADA. В данном подходе выбирается базовая функция для моделируемого таксационного показателя, один из ее параметров связывается со вспомогательной переменной (X) и путем подстановки решения для X в базовую функцию получают динамическую модель [Лебедев, 2022; Лебедев, Кузьмичев, 2022]. Уравнения сокращения количества деревьев основаны на соотношениях, в которых относительный уровень отпада связан с возрастом древостоя и густотой в этом возрасте [Nevia et al., 2013]:

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dA} = \alpha N^\beta A^\delta, \quad (1)$$

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dA} = \alpha N^\beta \left(\gamma + \frac{\delta}{A} \right), \quad (2)$$

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dA} = \alpha N^\beta \delta^A, \quad (3)$$

где N – количество растущих деревьев в возрасте A ; dN/dA – мгновенный коэффициент отпада в возрасте: A ; α , β , γ и δ – параметры моделей, определяющие скорость изреживания в определенный момент времени.

По литературным источникам были отобраны 11 моделей изреживания древостоев, полученных методом алгебраического разностного подхода из уравнений (1)–(3) путем различных трансформаций исходных параметров (табл. 1). Из них три уравнения с одним параметром, четыре – двухпараметрические и два – трехпараметрические. Каждое из этих уравнений характеризуется индивидуальными функциональными формами, что влияет на форму кривых изреживания и, следовательно, на скорость образования отпада деревьев в определенные возрастные этапы.

Таблица 1

Динамические уравнения изреживания древостоев

Dynamic equations of forest stand thinning

№	Уравнение	Источник
N1	$y = y_0 \exp(b_1(t - t_0))$	Thapa, Burkhart [2015]
N2	$y = y_0 \exp(b_1(t^{b_2} - t_0^{b_2}))$	Thapa, Burkhart [2015]
N3	$y = y_0 \exp(b_1(t - t_0)) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{b_2}$	Thapa, Burkhart [2015]
N4	$y = y_0 \exp(b_1(b_2^t - b_2^{t_0}))$	Thapa, Burkhart [2015]
N5	$y = (y_0^{b_0} + b_1(t - t_0))^{1/b_0}$	Thapa, Burkhart [2015]
N6	$y = (y_0^{b_0} + b_1(t^{b_2} - t_0^{b_2}))^{1/b_0}$	Thapa, Burkhart [2015]
N7	$y = \left(y_0^{b_0} + b_1(t - t_0) + b_2 \ln\left(\frac{t}{t_0}\right)\right)^{1/b_0}$	Thapa, Burkhart [2015]
N8	$y = (y_0^{b_0} + b_1(b_2^t - b_2^{t_0}))^{1/b_0}$	Thapa, Burkhart [2015]
N9	$y = \left(\frac{1}{\sqrt{y_0}} + b_1\left(\left(\frac{t}{100}\right)^2 - \left(\frac{t_0}{100}\right)^2\right)\right)^{-2}$	Hevia et al. [2013]
N10	$y = y_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^b$	Mason [2011]
N11	$y = y_0 \exp(b_1(t - t_0)) + b_2(1 - \exp(-b_1(t - t_0)))$	Mason [2011]

Примечание: y – предсказанное по модели число растущих деревьев в возрасте t , y_0 – начальное значение числа деревьев в возрасте t_0 ; b – параметры модели.

Статистические показатели (корень из среднеквадратической ошибки, средний абсолютный процент ошибки, коэффициент детерминации, скорректированный коэффициент детерминации, информационные критерии Акаике и Байеса), используемые для оценки качества каждой модели, представлены в табл. 2. Кроме того, в основу выбора лучшей модели был положен графический анализ прогностической способности каждой из моделей и значимости оценок их параметров. Значимость числовых коэффициентов оценивалась с помощью *t*-критерия Стьюдента при $H_0: b_i = 0$ и критическом значении $\alpha = 0,05$ [Hernández-Cuevas et al., 2018].

Таблица 2

Метрики качества моделей

Model quality metrics

№	Название	Формула
1	Корень из среднеквадратической ошибки (RMSE)	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}$
2	Средний абсолютный процент ошибки (MAPE)	$MAPE = 100 \times \sum \left \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right / n$
3	Коэффициент детерминации (R^2)	$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$
4	Скорректированный коэффициент детерминации (R^2_{adj})	$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-k)}$
5	Информационный критерий Акаике (AIC)	$AIC = 2k + n \ln \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$
6	Информационный критерий Байеса (BIC)	$BIC = k \ln n + n \ln \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$

Примечание: k – количество параметров модели; n – количество наблюдений; y_i – фактическое значение; \hat{y}_i – предсказанное по модели значение; \bar{y} – среднее значение по выборке.

С учетом проводимого графического анализа соответствия прогнозируемых значений фактическим и остатков, оценки значимости числовых

коэффициентов модель, для которой также получены наибольшие значения коэффициентов детерминации и наименьшие значения информационных критериев, среднеквадратической ошибки и среднего процента абсолютной ошибки, признавалась в качестве лучшей. Анализ данных проводился с использованием Python 3.5 + NumPy 1.17.1 + SciPy 1.3.2 и R 3.6.3 + lme4 1.1.

Результаты исследования и их обсуждение. Для культур сосны можно принять в качестве универсальных динамических уравнений изреживания трехпараметрические модели N6 и N7, полученные из уравнения (3). Они характеризуются близкими значениями метрик качества, в том числе минимальными значениями информационных критериев Акаике и Байеса (табл. 3). Поэтому при выборке лучшей из них дополнительно проводился сравнительный графический анализ. В результате него было выявлено, что для рассматриваемых лесных культур сосны наилучшим образом соответствует фактическим рядам изреживания прогноз, полученный по модели N6. Эта модель характеризуется высокой обобщающей способностью и на тестовой выборке позволяет объяснить до 91% вариации зависимой переменной, а средняя абсолютная ошибка составляет 16%.

Таблица 3

Итоговая сводка по моделям

Summary of the models

№	Обучающая выборка						Тестовая выборка					
	RMSE	MAPE	R ²	R ² -adj.	AIC	BIC	RMSE	MAPE	R ²	R ² -adj.	AIC	BIC
N1	299,8	26,5	0,786	0,785	11522,1	11527,0	325,0	26,3	0,688	0,687	5022,4	5026,5
N2	335,9	25,0	0,731	0,730	11754,2	11764,1	357,6	24,7	0,622	0,621	5107,3	5115,5
N3	297,1	24,9	0,789	0,789	11506,1	11515,9	322,6	24,4	0,693	0,691	5017,8	5026,0
N4	299,8	26,5	0,786	0,785	11524,2	11534,0	325,0	26,3	0,688	0,687	5024,5	5032,6
N5	229,3	18,0	0,875	0,874	10982,5	10992,3	245,7	18,8	0,822	0,821	4781,5	4789,7
N6	158,8	14,5	0,940	0,940	10242,3	10257,1	171,5	15,9	0,913	0,913	4471,5	4483,8
N7	160,0	15,7	0,939	0,939	10258,2	10272,9	171,5	16,9	0,913	0,913	4471,3	4483,5
N8	229,3	18,0	0,875	0,874	10984,9	10999,6	245,7	18,8	0,822	0,820	4783,7	4795,9
N9	185,4	15,7	0,918	0,918	10551,1	10556,0	203,8	16,5	0,877	0,877	4617,1	4621,2
N10	335,9	25,0	0,731	0,730	11752,2	11757,1	357,6	24,7	0,622	0,621	5105,3	5109,4
N11	274,5	22,7	0,820	0,820	11346,4	11356,2	303,7	24,2	0,728	0,726	4965,6	4973,7

Оценки параметров для пяти лучших моделей показаны в табл. 4. Для уравнений с одним параметром во всех случаях оценки являются статистически достоверными, но они заметно уступают в качестве прогноза двух- и трехпараметрическим уравнениям изреживания. Для моделей N6 и N7 оценки параметров, рассчитанные по обучающей выборке, также являются статистически достоверными при $p < 0,05$. Принимая во внимание оценки метрик качества, статистическую достоверность числовых значений параметров и графического анализа, в качестве лучшей принята модель N6.

Таблица 4

Оценки параметров пяти лучших моделей

Parameter estimates for the five best models

№	Параметр	Оценка	t-статистика	p-value
N5	b_0	-3,460e-01	-2,152e+01	< 2e-16
	b_1	1,058e-03	1,255e+01	< 2e-16
N6	b_0	-8,679e-01	-6,591e+01	< 2e-16
	b_1	4,765e-08	5,695e+00	1,617e-08
	b_2	2,590e+00	1,055e+02	< 2e-16
N7	b_0	-7,050e-01	-3,904e+01	< 2e-16
	b_1	2,662e-04	9,343e+00	< 2e-16
	b_2	-4,839e-03	-9,801e+00	< 2e-16
N8	b_0	-3,458e-01	-1,702e+01	< 2e-16
	b_1	-6,484e+01	-2,141e-02	9,829e-01
	b_2	1,000e+00	1,308e+03	< 2e-16
N9	b_0	5,619e-02	1,079e+02	< 2e-16

Графический анализ остатков модели изреживания культур сосны не выявляет явную тенденцию переоценки или недооценки прогнозируемых значений как на обучающей, так и на тестовой выборках (рис. 1). Наибольшее количество точек данных выстраивается вдоль горизонтальной оси. Гистограммы остатков близки к нормальному распределению, что указывает на отсутствие значительной асимметрии и близость большинства остатков к нулевому значению.

По всей выборке получено итоговое уравнение (N6) возрастного тренда изреживания в культурах сосны:

$$N = \left(N_0^{-1,039} + 2,056 \cdot 10^{-9} (t^{3,082} - t_0^{3,082}) \right)^{\frac{1}{-1,039}}.$$

где N – прогнозируемое количество деревьев в возрасте t ; N_0 – начальное значение количества деревьев в возрасте t_0 .

Оценки параметров уравнения являются статистически значимыми (при $p < 0,05$). Для итоговой модели $RMSE = 164,1$, $MAPE = 12,2$, $R^2 = 0,899$ и $R^2\text{-adj} = 0,899$. Модель пригодна для использования в диапазоне возрастов от 20 до 80 лет. Графическая визуализация изреживания по модели для трех градаций густоты (в начальном возрасте 20 лет) в диапазоне исходных данных в сравнении с эмпирическими возрастными трендами показана на рис. 2. Во всех случаях смоделированные кривые изреживания являются полиморфными и отражают усредненную динамику фактических древостоев.

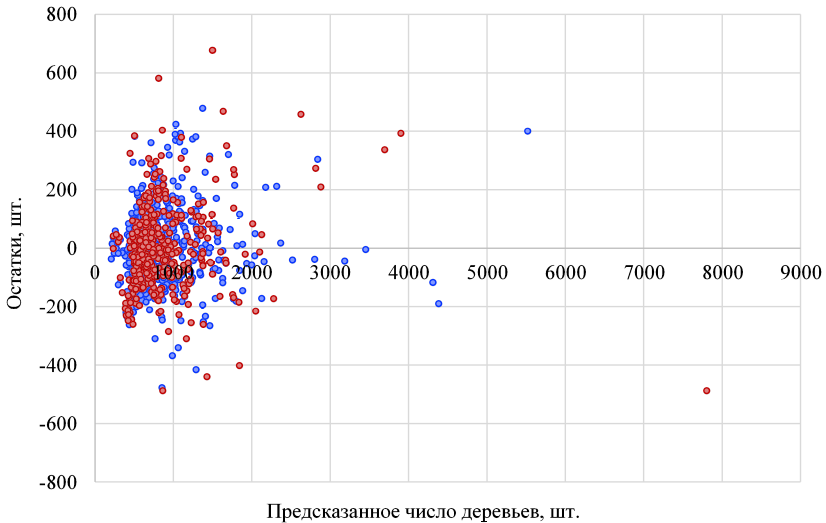


Рис. 1. График остатков модели для обучающей (синий цвет) и тестовой (красный цвет) выборки

Fig. 1. Plot of model residuals for training (blue) and test (red) samples

При моделировании динамики таксационных показателей древостоев считается, что при использовании 95% доверительного интервала средняя ошибка предсказания должна находиться в пределах $\pm 10\text{--}20\%$. В таком случае, как правило, прогноз считается реалистичным относительно фактического значения [Huang et al., 2003]. Средняя абсолютная ошибка прогноза по полученной в исследовании модели изреживания культур сосны составляет 12%, поэтому она способна обеспечить приемлемые результаты в количественном описании процесса уменьшения деревьев с увеличением возраста. Так как при оценивании параметров модели использовались данные древостоев, произрастающих на сравнительно небольшой территории в сходных условиях окружающей среды, то результаты прогноза, применительно к другим объектам за пределами района исследования, следует использовать с осторожностью. При разработке динамических моделей изреживания древостоев в широком диапазоне условий мест произрастания в качестве одной из независимых переменных применяется класс бонитета [Thapa, Burkhart, 2015; Andrés et al., 2018].

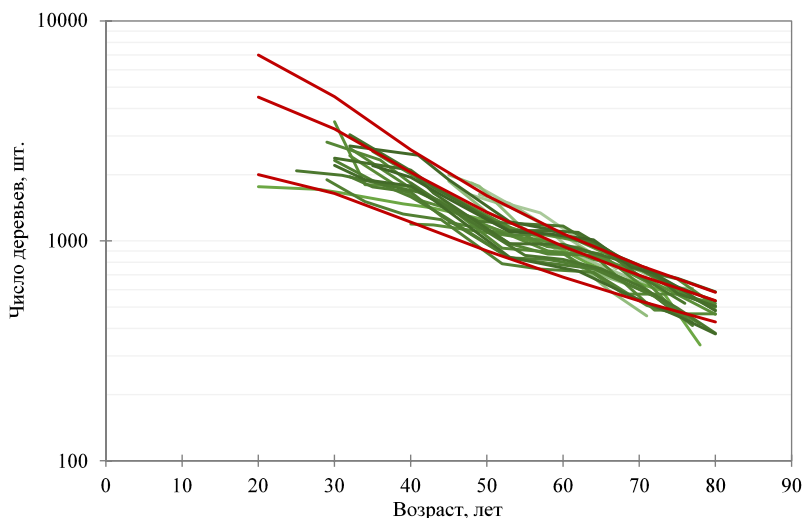


Рис. 2. Наблюдаемые (зеленые) и смоделированные (красные) кривые изреживания в полулогарифмическом масштабе

Fig. 2. Observed (green) and modeled (red) thinning curves on a semi-logarithmic scale

Актуальным для лесного хозяйства остается вопрос по изучению лесоводственной эффективности рубок ухода [Сеннов, 2012; Борисов и др., 2014; Данчева и др., 2020], в том числе с разработкой оптимальных программ выращивания высокопродуктивных устойчивых насаждений [Залесов и др., 2007; Хлюстов и др., 2016]. Динамические модели изреживания древостоев могут являться основой для разработки оптимальных программ рубок ухода, так как они позволяют проводить имитационные расчеты с различными сроками повторяемости и интенсивностью разреживаний по числу деревьев. При этом из-за нарушения естественных процессов в древостое, связанного с рубкой, начальными параметрами для дальнейшего прогноза должны являться возраст, в котором проводилось разреживание, и оставшееся количество деревьев. В сочетании с динамическими уравнениями роста по таксационным показателям модели изреживания входят в состав имитационных моделей динамики древостоев [Diéguez-Aranda et al., 2006; Gómez-García et al., 2014], которые позволяют прогнозировать запас и биомассу растущей древесины, распределение деревьев по толщине и другие показатели.

Заключение. Для лесных культур сосны в качестве лучшей динамической модели изреживания обосновано уравнение (N6), основанное на методологии ADA. Данная модель является полиморфной и инвариантной относительно базового возраста, что обеспечивает последовательные прогнозы. Применение разработанной динамической модели изреживания должно ограничиваться только теми условиями, к которым относятся экспериментальные материалы. Рассмотренная в исследовании методика может быть использована для разработки динамических моделей изреживания других лесообразующих пород России.

Библиографический список

- Борисов А.Н., Иванов В.В., Петренко А.Е. Оценка реакции сосновых древостоев Красноярской лесостепи на рубку ухода // Лесоведение. 2014. № 4. С. 22–27.
- Данчева А.В., Гурская М.А., Залесов С.В., Муканов Б.М. Оценка эффективности рубок ухода в сосняках Казахского мелкосопочника на основе лесоводственного и древесно-кольцевого анализа // Лесоведение. 2020. № 6. С. 503–514. DOI: 10.31857/S0024114820060030.
- Дубенок Н.Н., Кузьмичев В.В., Лебедев А.В. Динамика лесного фонда лесной опытной дачи РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева за 150 лет // Известия Тимирязевской сельскохозяйственной академии. 2018. № 4. С. 5–19. DOI: 10.26897/0021-342X-2018-4-5-19.

Дубенок Н.Н., Кузьмичев В.В., Лебедев А.В. Результаты экспериментальных работ за 150 лет в Лесной опытной даче Тимирязевской сельскохозяйственной академии. М.: Наука, 2020. 382 с.

Залесов С.В., Магасумова А.Г., Залесова Е.С. Оптимизация рубок ухода в сосняках Среднего Урала // Вестник Московского государственного университета леса – Лесной вестник. 2007. № 8. С. 18–21.

Кузьмичев В.В. Закономерности динамики древостоев: принципы и модели. Новосибирск: Наука, 2013. 208 с.

Лебедев А.В. Прогнозирование роста по средней высоте культур сосны с использованием обобщенного алгебраического разностного подхода // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2022. Вып. 238. С. 49–66. DOI: 10.21266/2079-4304.2022.238.49-66.

Лебедев А.В., Гостев В.В. Вынос элементов питания из почвы культурами сосны разной начальной густоты и разработка рекомендаций по внесению удобрений // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2020. № 232. С. 6–19. DOI: 10.21266/2079-4304.2020.232.6-19.

Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Построение бонитетной шкалы с использованием обобщенного алгебраического разностного подхода // Сибирский лесной журнал. 2022. № 3. DOI: 10.15372/SJFS20220307.

Мерзленко М.Д. Обоснование теории волнообразного роста хвойных лесных культур // Лесной вестник. 2021. Т. 25. № 2. С. 5–9. DOI: 10.18698/2542-1468-2021-2-5-9.

Наумов В.Д., Поветкина Н.Л., Лебедев А.В., Гемонов А.В. Географические культуры сосны в лесной опытной даче Тимирязевской академии: к 180-летию М.К. Турского. М.: МЭСХ, 2019. 182 с.

Сеннов С.Н. Влияние рубок ухода на итоговый запас древостоя // Труды Санкт-Петербургского научно-исследовательского института лесного хозяйства. 2012. № 1-2. С. 8–10.

Хлюстов В.К., Лебедев А.В., Устинов М.М. Лесотипологическое программирование оптимального режима лесопользования в конкретном древостое // Вестник Московского государственного университета леса – Лесной вестник. 2016. Т. 20, № 5. С. 78–84.

Andrés H., Jorge F., Ulises D. Dynamic Stand Model for *Eucalyptus globulus* (L.) in Uruguay // Agrociencia Uruguay. 2018. No. 22(1). P. 63–80. DOI: 10.31285/agro.22.1.7.

Diéguez-Aranda U., Dorado F.C., González J.G.Á., Alboreca A.R. Dynamic growth model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in Galicia (north-western Spain) // Ecological Modelling. 2006. No. 191. P. 225–242. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2006.04.026.

Gómez-García E., Crecente-Campo F., Tobin B., Hawkins M., Nieuwenhuis M., Diéguez-Aranda U. A dynamic volume and biomass growth model system for even-

aged downy birch stands in south-western Europe // *Forestry*. 2014. No. 87. P. 165–176. DOI: 10.1093/forestry/cpt045.

Hernández-Cuevas M., Santiago-García W., De los Santos-Posadas H.M., Martínez-Antúnez P., Ruiz-Aquino F. Models of dominant height growth and site indexes for *Pinus ayacahuite* Ehren // *Agrociencia*. 2018. No. 52. P. 437–453.

Hevia A., Vilčko F., Álvarez-González J.G. Dynamic stand growth model for Norway spruce forests based on long-term experiments in Germany // *Recursos Rurales*. 2013. No. 9. P. 45–54.

Huang S., Yang Y., Wang Y. A critical look at procedures for validating growth and yield models // *Modelling Forest Systems*. UK, Oxfordshire, Wallingford: CAB International, 2003. P. 271–293.

Mason E.G. Growth and yield modelling in New Zealand // Chilean research consortium, BIOCOSAA. Chile: Valdivia, 2011.

Monserud R.A., Sterba H. Modeling individual tree mortality for Austrian forest species // *For. Ecol. Manage.* 1999. No. 113(2–3). P. 109–123.

Thapa R., Burkhart H.E. Modeling Stand-Level Mortality of Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) Using Stand, Climate, and Soil Variables // *Forest Science*. 2015. No. 61. P. 1–13. DOI: 10.5849/forsci.14-125.

Vanclay J.K. Growth models for tropical forests: A synthesis of models and methods // *Forest Science*. 1995. Vol. 41, no. 1. P. 7–42.

References

Andrés H., Jorge F., Ulises D. Dynamic Stand Model for *Eucalyptus globulus* (L.) in Uruguay. *Agrociencia Uruguay*, 2018, no. 22(1), pp. 63–80. DOI: 10.31285/agro.22.1.7.

Borisov A.N., Ivanov V.V., Petrenko A.E. The estimation of pine stand's response to thinning in Krasnoyarsk forest-steppe. *Forest Science*, 2014, no. 4, pp. 22–27. (In Russ.)

Dancheva A.V., Gurskaya M.A., Zalesov S.V., Mukanov B.M. Assessment of cleaning cuttings efficiency in pine forests of Kazakhstan hillocks based on forestry and annual rings analyses. *Forest Science*. 2020, no. 6, pp. 503–514. DOI: 10.31857/S0024114820060030. (In Russ.)

Diéguez-Aranda U., Dorado F.C., González J.G.Á., Alboreca A.R. Dynamic growth model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in Galicia (north-western Spain). *Ecological Modelling*, 2006, no. 191, pp. 225–242. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2006.04.026.

Dubenok N.N., Kuzmichev V.V., Lebedev A.V. Forest area dynamics of the Forest experimental district of Russian Timiryazev State Agrarian University over a period of 150 years. *Izvestiya of Timiryazev Agricultural Academy*, 2018, no. 4, pp. 5–19. DOI: 10.26897/0021-342X-2018-4-5-19. (In Russ.)

Dubenok N.N., Kuzmichev V.V., Lebedev A.V. The results of experimental work over 150 years in the Forest experimental district of the Timiryazev Academy. RSAU-MTAA. Moscow: Nauka, 2020. 382 p. (In Russ.)

Gómez-García E., Crecente-Campo F., Tobin B., Hawkins M., Nieuwenhuis M., Diéguez-Aranda U. A dynamic volume and biomass growth model system for even-aged downy birch stands in south-western Europe. *Forestry*, 2014, no. 87, pp. 165–176. DOI: 10.1093/forestry/cpt045.

Hernández-Cuevas M., Santiago-García W., De los Santos-Posadas H.M., Martínez-Antúnez P., Ruiz-Aquino F. Models of dominant height growth and site indexes for *Pinus ayacahuite* Ehren. *Agrociencia*, 2018, no. 52, pp. 437–453.

Hevia A., Vilčko F., Álvarez-González J.G. Dynamic stand growth model for Norway spruce forests based on long-term experiments in Germany. *Recursos Rurais*, 2013, no. 9, pp. 45–54.

Hlyustov V.K., Lebedev A.V., Ustinov M.M. Programming of optimal forest regime of stand use by type of forests. *Forestry bulletin*, 2016, no. 5, pp. 78–84. (In Russ.)

Huang S., Yang Y., Wang Y. A critical look at procedures for validating growth and yield models. *Modelling Forest Systems*. UK, Oxfordshire, Wallingford: CAB International, 2003, pp. 271–293.

Kuzmichev V.V. Forest Stands Dynamics Regularities: Principles and Models. Novosibirsk: Nauka Publ., 2013. 208 p. (In Russ.)

Lebedev A.V. Predicting growth by average height of pine plantations using a generalized algebraic difference approach. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehničeskoj Akademii*, 2022, iss. 238, pp. 49–66. DOI: 10.21266/2079-4304.2022.238.49-66. (In Russ.)

Lebedev A.V., Gostev V.V. Removal of nutrients from the soil by pine plantations of different initial density and development of recommendations for fertilizer application. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehničeskoj Akademii*, 2020, iss. 232, pp. 6–19. DOI: 10.21266/2079-4304.2020.232.6-19. (In Russ.)

Lebedev A.V., Kuzmichev V.V. Stand Site Index Scale Development Using the Generalized Algebraic Difference Approach. *Siberian Journal of Forest Science*, 2022, no. 3.. DOI: 10.15372/SJFS20220307. (In Russ.)

Mason E.G. Growth and yield modelling in New Zealand. *Chilean research consortium, BIOCOSAAt*. Chile: Valdivia, 2011.

Merzlenko M.D. Coniferous Forest crops wave growth theory grounding. *Forestry bulletin*, 2021, no. 25(2), pp. 5–9. DOI 10.18698/2542-1468-2021-2-5-9. (In Russ.)

Monserud R.A., Sterba H. Modeling individual tree mortality for Austrian forest species. *For. Ecol. Manage*, 1999, no. 113(2–3), pp. 109–123.

Naumov V.D., Povetkina N.L., Lebedev A.V., Gemonov A.V. Geographical pine plantations in the Forest Experimental Station of the Timiryazev Academy: to the 180th anniversary of M.K. Tursky. Moscow: MESKh, 2019. 182 p. (In Russ.)

Sennoy S.N. Effect of thinning on the final growing stock of stand. *Proceedings of the Saint Petersburg Forestry Research Institute*, 2012, no. 1-2, pp. 8–10. (In Russ.)

Thapa R., Burkhart H.E. Modeling Stand-Level Mortality of Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) Using Stand, Climate, and Soil Variables. *Forest Science*, 2015, no. 61, pp. 1–13. DOI: 10.5849/forsci.14-125.

Vanclay J.K. Growth models for tropical forests: A synthesis of models and methods. *Forest Science*, 1995, vol. 41, no. 1, pp. 7–42. (In Russ.)

Zalesov S.V., Magassumova A.G., Zalesova E.S. Cleaning cutting optimization in the piny wood of the Middle Urals. *Forestry Bulletin*, 2007, no. 8, pp. 18–21. (In Russ.)

Материал поступил в редакцию 31.03.2022

Дубенок Н.Н., Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Динамическая модель изреживания культур сосны // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2022. Вып. 239. С. 6–21. DOI: 10.21266/2079-4304.2022.239-6-21

Среди всего многообразия моделей роста и производительности древостоев выделяется особый класс – модели, позволяющие прогнозировать процесс изреживания. Их назначением является предсказание числа растущих деревьев на единицу площади в будущем для заданного начального возраста и текущего количества деревьев. Многочисленные исследования показывают, что алгебраический разностный подход обеспечивает приемлемые результаты моделирования, предсказывая количество деревьев в определенный момент времени на основе данных о текущих возрасте и числе деревьев. Цель исследования – моделирование естественного изреживания лесных культур сосны по данным долговременных наблюдений на постоянных пробных площадях различными уравнениями, полученными с применением алгебраического разностного подхода. Для исследования отобраны данные обмеров в сосновых древостоях искусственного происхождения на 89 постоянных пробных площадях в Лесной опытной даче РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева. По литературным источникам отобраны 11 моделей изреживания древостоев, полученных методом алгебраического разностного подхода из базовых уравнений путем различных трансформаций исходных параметров. Для лесных культур сосны в качестве лучшей динамической модели изреживания обосновано уравнение (N6), основанное на методологии ADA. Данная модель является полиморфной и инвариантной относительно базового возраста, что обеспечивает последовательные прогнозы. Модель позволяет прогнозировать число деревьев, как для естественно формирующихся древостоев, так и с воздействием рубок ухода. Применение разработанной динамической модели изреживания должно ограничиваться только теми условиями, к которым относятся экспериментальные материалы. Рассмотренная в исследовании методика может быть использована для разработки динамических моделей изреживания других лесообразующих пород России.

Ключевые слова: культуры сосны, изреживание, возраст, модель, алгебраический разностный подход.

Dubenok N.N., Lebedev A.V., Kuzmichev V.V. The dynamic model of pine crops thinning. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehnicheskoj Akademii*, 2022, iss. 239, pp. 6–21 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2022.239.6-21

Among the variety of models of growth and productivity of forest stands, a special class of models stands out, which allow predicting the process of thinning. Their purpose is to predict the number of growing trees per unit area in the future for a given initial age and a large number of trees. Numerous studies show that the algebraic difference approach provides acceptable modeling results by predicting the number of trees at a given point in time based on current age data and considering trees. The purpose of the study is to model the thinning of forest plantations based on long-term observations on the permanent test plots with equations obtained using the algebraic difference approach. To study serious measurement data in pine stands of artificial origin on 89 permanent test plots in the Forest Experimental Station of the RSAU-MTAA. According to the literary sources of sources, 11 models of thinning of forest stands, a method for obtaining an algebraic difference choice from the basic bases for using various transformations of the initial parameters. For forest cultivated pines in the best dynamic thinning model, formula (N6) based on the ADA methodology is justified. This model is polymorphic and base increase invariant, which requires the use of predictions. The model makes it possible to predict the number of trees, both for naturally formed forest stands, and with the inevitability of disposal. The application of the developed dynamic thinning model should be limited only by the conditions to which the experimental materials relate. A selective research methodology can be used to identify forms of thinning of other forest-forming species in Russia.

К е у в о р д с : pine plantation, thinning, age, model, algebraic difference approach.

ДУБЕНОК Николай Николаевич – заведующий кафедрой сельскохозяйственных мелиораций, лесоводства и землеустройства Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К.А. Тимирязева, академик РАН, доктор сельскохозяйственных наук, профессор.

127434, Тимирязевская ул., д. 49, г. Москва, Россия.

DUBENOK Nikolay N. – DSc (Agriculture), professor, academician of RAS, head of the department of Agricultural Reclamation, Forestry and Land Management at Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy.

127434. Timiryazevskaya str. 49. Moscow. Russia.

ЛЕБЕДЕВ Александр Вячеславович – доцент кафедры сельскохозяйственных мелиораций, лесоводства и землеустройства Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К.А. Тимирязева, кандидат сельскохозяйственных наук. SPIN-код: 5789-5540. ORCID: 0000-0002-8939-942X.

127434, Тимирязевская ул., д. 49, г. Москва, Россия. E-mail: avl1993@mail.ru

LEBEDEV Aleksandr V. – PhD (Agriculture), Associate Professor of the department of Agricultural Reclamation, Forestry and Land Management at the Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy. SPIN-code: 5789-5540. ORCID: 0000-0002-8939-942X.

127434. Timiryazevskaya str. 49. Moscow. Russia. E-mail: avl1993@mail.ru

КУЗЬМИЧЕВ Валерий Васильевич – заведующий лабораторией кафедры сельскохозяйственных мелиораций, лесоводства и землеустройства Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К.А. Тимирязева, доктор биологических наук, профессор.

127434, Тимирязевская ул., д. 49, г. Москва, Россия.

KUZMICHEV Valery V. – DSc (Biology), professor, head of laboratory of the department of Agricultural Reclamation, Forestry and Land Management at Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy.

127434. Timiryazevskaya str. 49. Moscow. Russia.